

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E
SISTEMAS**

Renato Cotrim Maciel

**PROPOSIÇÃO E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA
HEURÍSTICA PARA O SEQUENCIAMENTO DE PRODUTOS
EM LINHAS MISTAS DE PRODUÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do título em Engenharia, área Elétrica, habilitação Produção Elétrica. Orientador: Prof. Carlos Ernani Fries, Dr.

Florianópolis

2018

Renato Cotrim Maciel

**PROPOSIÇÃO E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA
HEURÍSTICA PARA O SEQUENCIAMENTO DE PRODUTOS
EM LINHAS MISTAS DE PRODUÇÃO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado e aprovado, em sua forma final, pelo Curso de Graduação em Engenharia de Produção Elétrica, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 14 de junho de 2018.

Prof.^o Marina Bouzon, Dr.
Coordenador dos Cursos de
Graduação em Engenharia de Produção

Banca examinadora:

Prof.: Carlos Ernani Fries, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.: Glauco G. M. Pereira da Silva, Dr.
Membro Interno
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.: Sergio Fernando Mayerle, Dr.
Membro Interno
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram para que este trabalho fosse realizado. Ao meu orientador, Professor Carlos Ernani Fries pelo conhecimento transmitido, grande paciência e longas horas de orientações. Aos professores Sérgio Fernando Mayerle e Ricardo Faria Giglio por todo o conhecimento repassado e pelas oportunidades.

Agradeço aos amigos que fiz ao longo desses anos na Universidade Federal de Santa Catarina, aprendi muito com vocês, foram essenciais nessa jornada. Muito bom estudar e aproveitar a nossa querida UFSC com vocês.

Agradeço aos amigos que fiz na Celesc, Eletrosul e Softplan. Aprendi muito e passei bons momentos com vocês.

Obrigado aos meus amigos pela compreensão dos muitos fins de semana que não pude aproveitar com vocês. Obrigado à minha grande família, avó Marlene, avô Arnaldo, agregados e família Ostrovski.

Obrigado a meus pais Renato e Hilda pela paciência e apoio durante todo este tempo, tenho vocês como exemplo a seguir, de pais, amigos e família. Obrigado pela compreensão, amo muito vocês. Obrigado ao meu irmão Pedro, por ser além de tudo um grande amigo, me espelho em ti e tenho muito orgulho de você. Obrigado à minha companheira Gabriela por todo apoio e carinho nesta jornada juntos, pelas longas noites trabalhadas, conversas, paciência e muito carinho.

RESUMO

O presente cenário global de competição e rápida evolução tecnológica traz enormes desafios às indústrias, tais como a demanda dos consumidores por produtos com maior sortimento. Este desafio é solucionável com uma linha de produção mista, a qual é capaz de produzir diferentes produtos, que partilham as mesmas relações de precedência. A ordem em que os produtos entram na linha de produção é definida através do sequenciamento. Para tanto utilizam-se métodos exatos e heurísticas. O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e validar uma heurística para resolver o problema de sequenciamento de produtos de linhas de produção mistas. A motivação deste estudo surgiu de um projeto piloto com a aplicação da heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo e comparação desta com cem mil seqüências aleatórias para avaliar o potencial de heurísticas para sequenciamento de linhas mistas de produção. O presente trabalho apresenta uma abordagem mista: a dimensão qualitativa corresponde ao desenvolvimento de uma heurística para os problemas de sequenciamento de produtos em uma linha mista de produção; a dimensão quantitativa compreende a simulação de problemas de balanceamento e sequenciamento de linhas de produção mista e análise estatística dos resultados. As simulações foram baseadas no *70-task problem of Tonge*. O balanceamento da linha de produção mista foi realizado através da estratégia de transformação do problema *Mixed Assembly Line Balancing* em um problema clássico denominado *Simple Assembly Line Balancing*. Os problemas foram sequenciados utilizando a heurística proposta no trabalho e uma heurística clássica. A análise estatística foi realizada através da ANOVA e teste *t*. A heurística proposta apresentou seqüências superiores à heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) em casos específicos. Os resultados sugerem que a heurística proposta apresenta seqüências de melhor desempenho para problemas de sequenciamento de linhas mistas cujos tempos das tarefas sigam distribuição normais ou uniformes de probabilidade bem como número elevado de diferentes produtos no mix.

Palavras-chave: Engenharia. Heurística. Sequenciamento. Linha de produção mista.

ABSTRACT

The global scenario of competition and rapid technological evolution presents enormous challenges to industries, such as consumer demand for products with the largest assortment. This challenge is solvable with mixed model assembly lines, which is capable of producing different products, which share the same precedence relations. The order in which the products enter the assembly line is defined through sequencing. For that, exact and heuristic methods are used. Thus, the general objective of this work is to develop and validate a heuristic to solve the problem of mixed model assembly lines sequencing. The motivation of this study arose from a pilot project with the application of the load equilibrium heuristic at the bottleneck station and its comparison with a hundred thousand random sequences to evaluate the potential of heuristics for mixed model assembly lines sequencing. The present work presents a mixed approach: the qualitative dimension corresponds to the development of a heuristic for the mixed model assembly line sequencing; the quantitative dimension includes the simulation of problems of balancing and sequencing mixed model assembly lines and statistical analysis of the results. The simulations were based on the 70-task problem of Tonge. The mixed model assembly line balancing was performed through the strategy of transforming the Mixed Assembly Line Balancing problem into a classic problem called Simple Assembly Line Balancing. The problems were sequenced using the proposed heuristic in the work and a classical heuristic. Statistical analysis was performed using ANOVA and t-test. The proposed heuristic presented superior sequences than those obtained with the load balance heuristic at the bottleneck station in specific cases. The results suggest that the proposed heuristic presents better-performing sequences for mixed model assembly lines sequencing problems whose task times follow normal or uniform probability distribution and greater number of different products in the respective mix.

Keywords: Engineering. Heuristic. Sequencing. Mixed model assembly lines.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Categorias de linhas de produção.....	23
Figura 2 - Diagrama de precedência da montagem de um refrigerador.....	25
Figura 3 - Exemplos de sequências produtivas com mesmo mix	31
Figura 4 - Impactos do sequenciamento e balanceamento em uma estação	34
Figura 5 - Fluxograma do método	37
Figura 6 - Diagrama de precedência do problema modelo	39
Figura 7 - Fluxograma do balanceamento	40
Figura 8 - Fluxograma do sequenciamento.....	41
Figura 9 - Histograma MDTPG das sequências aleatórias	44
Figura 10 - Histograma $\ln(\text{MDTPG})$ das sequências aleatórias.....	45
Figura 11 - Gráfico de Gantt três produtos fictícios exemplo da heurística proposta	48
Figura 12 - Teorema do valor médio para integrais.....	50
Figura 13 - Desvio do tempo médio – heurística proposta	57
Figura 14 - Desvio do tempo médio – HECEG	57
Figura 15 - Evolução da média de diferenças de MDTPG	62
Figura 16 - Árvore de decisão de aplicação de heurística.....	64
Figura 17 - Árvore de decisão compra de carro usado	78

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Versões do problema SALBP.....	27
Quadro 2 - Versões do problema MALBP	29
Quadro 3 - Demanda dos produtos problema exemplo da heurística proposta	47
Quadro 4 - Iterações da heurística proposta no problema exemplo	47
Quadro 5 - Demanda dos produtos	50
Quadro 6 - Tempo de processamento das tarefas (continua)	51
Quadro 7 - Tarefas alocadas por estação	53
Quadro 8 - Tempos dos produtos alocados à estação gargalo	54
Quadro 9 - Ciclo repetitivo	54
Quadro 10 - Iterações da heurística proposta.....	55
Quadro 11 - Sequências obtidas com aplicação das heurísticas	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Simulações realizadas.....	58
Tabela 2 - Resultado Anova.....	59
Tabela 3 - Resultados teste t.....	61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANOVA	Análise de Variância
HECEG	Heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo
LB	Lower bound
MALBP	<i>Mixed Assembly Line Balancing Problem</i>
MDTPG	tempo médio de processamento na estação gargalo
SALBP	<i>Simple Assembly Line Balancing Problem</i>
UT	unidades de tempo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	19
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMA DE PESQUISA	19
1.2	OBJETIVOS DA PESQUISA.....	19
1.2.1	Objetivo Geral.....	20
1.2.2	Objetivos Específicos	20
1.3	JUSTIFICATIVA.....	20
1.4	DELIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	20
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	21
2	REVISÃO DA LITERATURA	23
2.1	LINHAS DE PRODUÇÃO.....	23
2.2	BALANCEAMENTO DE LINHAS DE PRODUÇÃO.....	25
2.2.1	Balaceamento de linhas monoproduto	26
2.2.2	Balaceamento de linhas multiproduto.....	29
2.3	SEQUENCIAMENTO DE LINHAS DE PRODUÇÃO.....	30
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	36
4	HEURÍSTICA PROPOSTA E RESULTADOS OBTIDOS..	43
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	43
4.2	PROPOSIÇÃO DA HEURÍSTICA	46
4.3	BALANCEAMENTO DA LINHA DE PRODUÇÃO	48
4.4	SEQUENCIAMENTO DA LINHA DE PRODUÇÃO.....	49
4.5	PROBLEMA EXEMPLO.....	50
4.6	VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS.....	57
4.7	CONSTRUÇÃO DE ÁRVORE DE DECISÃO	62
4.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
5	CONCLUSÃO.....	67
	REFERÊNCIAS.....	69
	ANEXO A - TESTE T PARA DIFERENÇA DE MÉDIAS	75

ANEXO B - ANÁLISE DE VARIÂNCIA - ANOVA	76
ANEXO C - ÁRVORES DE DECISÃO	76

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMA DE PESQUISA

O presente cenário global de competição e rápida evolução tecnológica traz enormes desafios às indústrias: a diminuição do ciclo de vida dos produtos devido à rápida evolução tecnológica; o aumento na competição entre as empresas; a demanda dos consumidores por produtos com maior sortimento; além da necessidade de atendimento da demanda. Tais desafios exigem soluções inovadoras, que minimizem os custos produtivos.

Historicamente, as linhas de produção são adotadas em manufaturas com alto volume de produção e baixo sortimento de produtos. Elas são caracterizadas por seu alto custo inicial e baixo custo por unidade produzida (BECKER; SCHOLL, 2004; BECKER; SCHOLL, 2006).

O alto custo inicial de instalação de uma planta de produção origina a preocupação de maximizar a utilização das linhas para um maior aproveitamento e economia dos recursos. A demanda dos consumidores pelo maior sortimento de produtos é solucionável com uma linha de produção mista, a qual é capaz de produzir diferentes produtos, que partilham as mesmas relações de precedência (BECKER; SCHOLL, 2004; BECKER; SCHOLL, 2006; BOYSEN et al, 2008).

O sequenciamento de linhas de produção mistas consiste em definir a ordem em que os produtos entram na linha de produção, e assim permanecem sequenciados até a última estação da linha. Para solucionar tal problema utilizam-se métodos como: métodos exatos e heurísticas (MERENGO et al, 1999; SCHOOL, 1999; MOHAMMADI-KHASHOUIE, 2003; BOYSEN et al, 2008; ALGHAZI, 2017).

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Diante deste contexto, surge a pergunta guia deste trabalho: existe uma heurística mais eficiente que a Heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG), para o sequenciamento de produtos em linhas de produção mista?

A partir da pergunta, estabeleceu-se o objetivo geral e os objetivos específicos.

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é propor uma heurística para resolver o problema de sequenciamento de produtos em linhas de produção mistas.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos que contribuem para o atingimento do objetivo geral do trabalho são:

- a) identificar os objetivos do sequenciamento de produtos de linhas de produção mistas;
- b) identificar e analisar a performance de heurísticas existentes para o sequenciamento de linhas de produção mistas;
- c) avaliar o desempenho da heurística desenvolvida, comparando-a com heurísticas reconhecidamente eficientes para o mesmo fim.

1.3 JUSTIFICATIVA

Como exposto, devido ao alto custo inicial de instalação das plantas de produção, há a preocupação de maximizar a utilização das linhas de produção (BECKER; SCHOLL, 2004; BECKER; SCHOLL, 2006).

Devido a tendência de não utilização de linhas de produção mono produto, utilizam-se linhas de produção mistas para a produção de produtos similares. Estas são eficientes quando bem balanceadas e bem sequenciadas (BECKER; SCHOLL, 2004; BECKER; SCHOLL, 2006; BOYSEN et al, 2008).

Assim, a presente pesquisa contribui para o desenvolvimento da temática das linhas de produção mistas, com enfoque para as heurísticas como método de resolução de problemas de sequenciamento (MERENGO et al, 1999).

1.4 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO

A delimitação do trabalho diz respeito ao que está incluso na pesquisa e o que está fora do escopo da investigação (CHIZZOTTI, 2006; VERGARA, 2010). Como delimitações do trabalho têm-se:

- O trabalho concentra-se no sequenciamento de linhas de produção;
- A avaliação das sequências é realizada com base na estação gargalo da linha de produção.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho é dividido em cinco capítulos. Este capítulo apresenta a introdução, em que é contextualizado o tema e a problemática, a pergunta de pesquisa, objetivos, justificativa, delimitações e estrutura do trabalho.

No segundo capítulo expõe-se o referencial teórico, com enfoque nas linhas de produção, balanceamento e sequenciamento de linhas de produção.

No terceiro capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos adotados para a realização da pesquisa, com a classificação com relação a abordagem e ao método, bem como os procedimentos de coleta, análise e interpretação dos dados.

O quarto capítulo apresenta os resultados da pesquisa, enquanto no quinto capítulo, através de elementos vindos da análise dos resultados, são apresentadas as conclusões do trabalho realizado.

2 REVISÃO DA LITERATURA

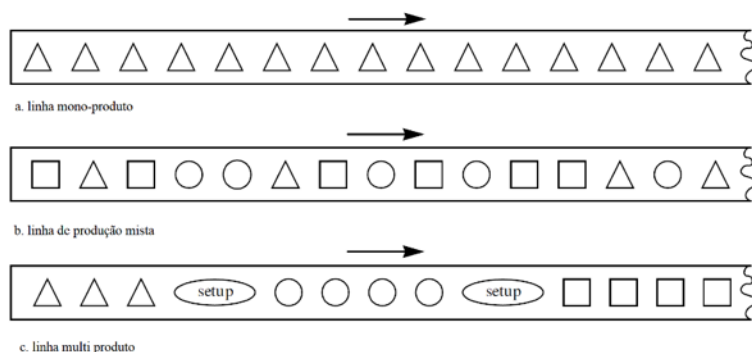
Este capítulo tem como objetivo apresentar os fundamentos teóricos que deram suporte à pesquisa. Neste capítulo são abordados os conceitos de linhas de produção, balanceamento e sequenciamento de linhas de produção.

2.1 LINHAS DE PRODUÇÃO

As linhas de produção são sistemas produtivos em que os produtos são montados a partir de componentes que fluem através de uma sequência de estações em série. Este sistema produtivo é típico dos processos de produção em massa, produzindo alto volume de bens com baixo sortimento.

Buxey et al. (1973) sugerem que linhas de produção podem ser divididas em três tipos considerando a variedade de produtos produzidos. Linha mono-produto, dedicada à fabricação de um único produto; linha multi-produto, em que dois ou mais tipos diferentes de produtos são produzidos em lotes; e linha de produção mista, com produção concorrente de dois ou mais produtos. A Figura 1 traz uma representação dos três tipos de linhas de produção.

Figura 1- Categorias de linhas de produção



Fonte: Becker e Scholl, 2004 (adaptado pelo autor).

Em relação ao transporte dos produtos em processamento, Buxey et al. (1973) fazem duas distinções. Linhas não mecânicas, as quais não possuem um controle mecânico do ritmo da linha; e linhas com esteiras

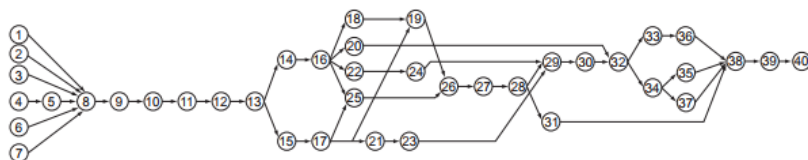
rolantes, aonde o ritmo da linha é imposto por um mecanismo automático de movimentação, chamadas de *paced lines*.

Para facilitar o entendimento de uma linha de produção é necessário conceituar determinados elementos da manufatura, importantes na caracterização do processo produtivo. Cinco termos básicos são apresentados por Mohammadi-Khashouie (2003):

- montagem: processo de coletar e juntar partes, a fim de criar um produto acabado;
- tarefa ou operação: uma divisão elementar do trabalho, contido em um processo de montagem;
- estação: fragmento de uma linha de montagem em que é realizado um certo número de tarefas. A estação de trabalho é caracterizada por sua dimensão, equipamentos e máquinas, ferramentas, quantidade de trabalhadores e pelo grau de automação, podendo ser dividida em manual ou automática;
- tempo de ciclo: o tempo de ciclo é o tempo máximo que um produto em processamento leva para ser processado por uma estação. Askin e Strandridge (1993) complementam que o tempo de ciclo é o intervalo de tempo entre duas unidades produzidas;
- relações de precedência: devido às restrições tecnológicas e características inerentes do produto, as tarefas devem ser realizadas em uma ordem específica. Prenting e Battaglin (1964 apud HENLICH; KLEMMT, 2011) desenvolveram uma ferramenta para análise destas relações, o diagrama de precedência.

A Figura 2 exemplifica relações de precedência no formato de um diagrama de precedência do processo de montagem de um refrigerador. As tarefas são representadas pelos círculos numerados. As relações de precedência são visíveis na forma de setas, com as tarefas precedentes na base da seta. Neste exemplo, percebe-se que a tarefa 13 deve ser realizada antes das tarefas 14 e 15.

Figura 2 - Diagrama de precedência da montagem de um refrigerador



Fonte: Gerhard, Fogliatto e Cortimiglia, 2007.

As indústrias necessitam de soluções que sejam capazes de oferecer produtos na quantidade e sortimento necessário para satisfação da demanda.

Becker e School (2004) relatam que, dada a necessidade de sistemas flexíveis – a fim de suprir a demanda dos consumidores por produtos variados – as linhas de produção mistas são uma alternativa viável, posto que sua adoção não implica em excessivo aumento dos custos produtivos, aproveitando-se infraestrutura e equipamentos para a produção de múltiplos itens de forma concomitante. Estes autores afirmam ainda, que na linha de produção mista, o *setup* é extremamente rápido e barato, possibilitando inclusive, a produção de lotes unitários produzidos em qualquer seqüência.

Um dos pioneiros a estudar o problema de linhas de produção mistas, Thomopoulos (1967), descreve dois principais problemas relacionados:

- balanceamento de linha: procedimento de alocar as tarefas para as estações, de forma a balancear a carga de trabalho e minimizar o número de operadores requeridos;
- e o problema do sequenciamento da produção, que deve ser abordado após o balanceamento da linha ter sido efetivado, ou seja, com as tarefas alocadas às estações. O sequenciamento da produção é o ato de determinar a ordem de processamento dos produtos na linha de produção, de forma a manter um fluxo de trabalho equilibrado entre as estações da linha, considerando a variabilidade da demanda relativa de cada produto.

2.2 BALANCEAMENTO DE LINHAS DE PRODUÇÃO

Os gargalos do sistema produtivo podem vir a inviabilizar Planejamento-Mestre da Produção (TUBINO, 2009). Assim, é

extremamente importante identificar os gargalos produtivos na determinação do Plano-Mestre da Produção, o qual declara a quantidade e o momento em que os produtos serão fabricados.

O balanceamento das linhas de produção consiste em alocar as tarefas necessárias à produção de um item, nas estações de trabalho, de forma a balancear a carga de trabalho nas diversas estações, respeitando as relações de precedência entre as tarefas. Uma vez que determina a ocupação das estações, é o balanceamento que determina qual a estação gargalo da linha de produção.

2.2.1 Balanceamento de linhas monoproduto

O problema do balanceamento de linhas de produção é dividido em duas principais classes: linhas monoproduto, *Simple Assembly Line Balancing Problem* - SALBP; e linhas de produção mistas, *Mixed Assembly Line Balancing Problem* – MALBP (SCHOOL, 1998).

Os problemas do tipo SALBP, relacionados às linhas monoproduto, foram extensivamente estudados nas últimas cinco décadas. Este tipo clássico de problema de balanceamento de linhas de produção tem como principais características (SCHOOL, 1999):

- produção em massa de um único produto;
- linha com ritmo imposto (*paced line*);
- tempos de operação determinísticos;
- as únicas restrições do problema são as relações de precedência;
- layout em série;
- todas as estações são igualmente equipadas em respeito à máquinas e operadores;
- tempo de ciclo – C fixo;
- objetiva a maximização da eficiência (E) da linha, $E = t_{sum}/(m \times C)$, com tempo total das tarefas $t_{sum} = \sum_{j=1}^n t_j$.

O limite mínimo de estações de trabalho, ou de forma análoga, o número mínimo de estações de trabalho capaz de alocar todas as tarefas respeitando o tempo de ciclo C , é conhecido como *lower bound* (LB). O LB é definido por Baybars (1986) como:

$$LB := \frac{t_{sum}}{C}$$

onde, $t_{sum} = \sum_{j=1}^n t_j$.

Dentro do contexto dos problemas SALBP, existem diversos subproblemas. Estes subproblemas possuem diferentes objetivos em relação ao tempo de ciclo – C , e em relação ao número de estações – m .

O Quadro 1 apresenta versões do problema SALBP, sendo eles:

- Problema do tipo SALBP-F: cujo objetivo é definir a viabilidade para certa combinação de C e m ;
- Problema do tipo SALBP-1: cujo objetivo é minimizar o número de estações, dado um tempo de ciclo fixo;
- Problema do tipo SALBP-2: cujo objetivo é minimizar o tempo de ciclo, dado um número fixo de estações;
- Problema do tipo SALBP-E: o mais completo e complexo dos problemas, o qual visa simultaneamente minimizar o número de estações e o tempo de ciclo.

Quadro 1 - Versões do problema SALBP

		Tempo de ciclo C	
		Fixo	Minimizar
Nº m de estações	Fixo	SALBP-F	SALBP-2
	Minimizar	SALBP-1	SALBP-E

Fonte: Adaptado de Becker e Scholl (2004)

Os SALBP-1, estudados exaustivamente nas últimas cinco décadas, são problemas típicos de otimização. Os melhores métodos de solução para esta classe de problema são algoritmos *branch-and-bound*, regras de prioridade e meta-heurísticas, como *tabu search* e algoritmos genéticos (BECKER; SCHOOL, 2004).

Os problemas da classe SALBP-F são resolvidos, em geral, de forma iterativa pela resolução de diversos problemas SALBP-1. Por sua vez, os problemas SALBP-2 e SALBP-E são solucionados por métodos de busca que consistem em resolver problemas SALBP-F (BECKER; SCHOOL, 2004).

O problema SALBP-1 pode ser modelado como um problema do tipo programação inteira binária (PIB). A função objetivo deste problema é definida como:

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^K c_j X_{ij}$$

onde:

- i : conjunto de tarefas;

- j : conjunto de estações de trabalho;
- t_i : tempo de execução da tarefa i ;
- c_j : custo fictício por uso da estação j ;
- P : matriz de adjacência que representa a relação de precedência da tarefa u em relação à tarefa v ;
- X_{ij} : variável binária (0,1) que representa a alocação da tarefa i à estação j ;
- TC : tempo de ciclo máximo.

A restrição que garante a execução de todas as tarefas é definida por:

$$\sum_{j=1}^K X_{ij} = 1$$

O tempo de ciclo máximo é garantido pela restrição definida como:

$$\sum_{i=1}^N X_{ij} \times t_j \leq TC$$

A precedência das tarefas é garantida com a seguinte restrição:

$$X_{uj} \leq \sum_{j=1}^k X_{vj}$$

para $k = 1, 2, 3, \dots, K$ e $(u, v) \in P$.

Uma das heurísticas mais conhecidas para solução do problema SALBP-1, é a heurística de Helgelson/Birnie (1961), que é também conhecida como *Ranked Positional Weight* – RPW. Esta heurística consiste em priorizar a alocação de tarefas com base no tempo acumulado da tarefa e de suas sucessoras.

Esta é uma heurística do tipo gulosa, pois busca alocar primeiramente as tarefas com maior tempo acumulado – escolha localmente ótima – na busca pelo ótimo global (ASKIN; STANDRIDGE, 1993).

2.2.2 Balanceamento de linhas multiproducto

O problema *Mixed Assembly Line Balancing Problem* (MALBP) emerge da existência de linhas de produção capazes de produzir diferentes produtos. Em contraste com o problema SALBP, o tempo de ciclo de linhas mistas não é o tempo máximo gasto em uma estação de trabalho, mas a média ponderada dos tempos de saída dos itens da linha (BECKER; SCHOOL, 2004).

Analogamente aos subproblemas que ocorrem nos SALBP, o Quadro 2 apresenta os diferentes objetivos para os problemas MALBP. Esse quadro é interpretado de forma análoga à realizada para os problemas SALBP.

Quadro 2 - Versões do problema MALBP

	Tempo de ciclo C		
	Fixo	Minimizar	
Nº m de estações	Fixo	MALBP-F	MALBP-2
	Minimizar	MALBP-1	MALBP-E

Fonte: Autoria própria (2018).

Becker e School (2006) afirmam que quanto melhor balanceada a linha de produção, com uma carga de trabalho bem distribuída entre as estações de trabalho e tempos similares para cada produto nas estações, melhores soluções são obtidas nos problemas de sequenciamento de linhas de produção mistas.

Uma solução simples para o problema MALBP é transformá-lo em um problema SALBP equivalente, utilizando-se de um produto fictício, através da seguinte transformação:

$$t_i = \sum_{j=1}^P q_j \times t_{ij},$$

onde:

- t_i : tempo da tarefa i do produto fictício;
- q_j : proporção do produto j no mix de produtos;
- t_{ij} : tempo de execução da tarefa i do produto j .

O tempo de processamento da tarefa i do produto fictício é a média ponderada das tarefas i dos produtos j da linha de produção em função da proporção dos produtos j no *mix* de produtos da linha. Utilizando-se desta transformação e da matriz de adjacência das tarefas, pode-se utilizar a

heurística RPW ou outro método para solução do problema SALBP equivalente.

Becker e Scholl (2006) explanam que a solução do problema equivalente, apesar de garantir que o tempo de ciclo é suficiente para realizar em média todas as tarefas, no caso de uma solução ótima, pode gerar ineficiência na linha, em função dos tempos de execução das tarefas dos produtos reais.

2.3 SEQUENCIAMENTO DE LINHAS DE PRODUÇÃO

Em linhas de produção mistas, sistemas de despacho controlam a ordem de entrada dos produtos na primeira estação de trabalho. As linhas mistas, em geral, não possuem ritmo fixo nas estações, para possibilitar que o tempo utilizado na execução de tarefas em um produto mais demorado seja recuperado em outro produto com processamento mais simples e rápido (ASKIN; STANDRIDGE, 1993).

O problema de sequenciamento de uma linha de produção mista consiste em achar a melhor sequência de produção dos diferentes itens produzidos na linha, que atenda tanto a demanda dos produtos quanto a determinado objetivo de otimização.

Seja:

- Q_j : quantidade do item j a ser produzida no período
- r : o maior denominador comum a todos Q_j

Então:

$$N_j = Q_j/r$$

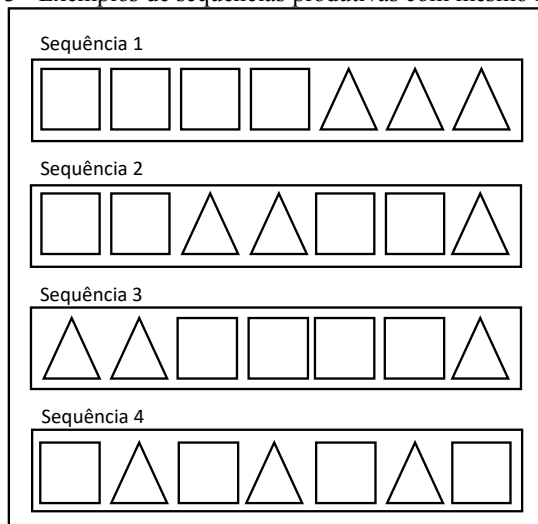
define a quantidade do item j a ser produzido por ciclo repetitivo.

O sequenciamento consiste em compor o ciclo repetitivo de produção dos produtos que será replicado r vezes até que a demanda de todos os produtos seja satisfeita. É desejável que o sequenciamento suavize a taxa de produção de cada tipo de produto – ou seja, esteja alinhada com a taxa de demanda dos diferentes produtos (ASKIN; STANDRIDGE, 1993).

A Figura 3 apresenta quatro sequências para o ciclo repetitivo de uma linha fictícia que produz dois produtos distintos: quadrados e triângulos. Estas sequências produtivas são repetidas r vezes até que a demanda dos produtos seja satisfeita. Para esta linha fictícia existem 35

seqüências produtivas distintas $7! \div (3! \times 4!)$. As seqüências produtivas distintas apresentam impactos diversos em relação ao atendimento da demanda, taxa de produtos incompletos, probabilidade de bloqueio da linha, número de produtos em processamento e utilização das estações de trabalho.

Figura 3 - Exemplos de seqüências produtivas com mesmo mix



Fonte: Autoria própria (2018).

Seqüências de produção diferentes apresentam impactos econômicos relacionados à utilização de mão de obra e utilização dos insumos na linha de produção. O sequenciamento da linha de produção apresenta dois objetivos distintos: minimização da sobrecarga de trabalho e uso uniforme de insumos produtivos. A sobrecarga de trabalho ocorre quando produtos com tempos de processamento demorados são produzidos em seqüência (ALGHAZI, 2017).

De acordo com Merengo et al. (1999), uma solução que beneficia determinada estação de trabalho pode causar problemas em outra estação.

Prenting e Thomopoulos (1974) definem o modelo de sequenciamento de despacho para minimização da carga média na estação gargalo. Este modelo apresenta em sua formulação, equações de natureza não linear. Portanto, trata-se de um problema de otimização não linear, diferentemente do problema SALBP, o qual é um problema de otimização

de natureza linear e pode, por conseguinte, ser solucionado por técnicas de programação linear inteira.

Os modelos não lineares para o sequenciamento de linhas de produção mistas apresentam problemas de convergência e grande requisito computacional. Desta forma, utilizam-se procedimentos heurísticos e meta-heurísticos para solução do sequenciamento (CANO-BELMÁN et al., 2010).

A Heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) é apresentada por Gunther e Tempelmeier (1996). Esta é uma heurística para o sequenciamento de linhas de produção mistas, consistindo de procedimento baseado em uma regra de prioridade. O procedimento é dividido em três passos. Os três passos de execução da heurística são:

1. **Inicialização:** criar uma lista **A** de produtos com Q_j unidades, que serão produzidas em um ciclo;
2. **Seleção de um produto:** dentre os elementos da lista **A**, selecionar para a posição p o produto j^* que apresente o menor valor absoluto para a regra de prioridade;
Regra de prioridade:

$$\partial_j = |b_j + B_{p-1} - p \times C|,$$

onde:

- b_j : tempo de processamento do produto j na estação gargalo;
 - B_{p-1} : carga de trabalho da estação gargalo devido às $(p-1)$ alocações realizadas;
 - $p \times c$: Carga média de trabalho após p unidade de produtos terem sido incluídas na sequência;
 - C : tempo de ciclo da linha.
3. **Atribuição de um produto à sequência:** colocar o produto j^* na n -ésima posição da sequência do ciclo de produtos e remover um item do produto j^* da lista **A**. Caso $n < N$, voltar ao passo 1. Caso $n = N$ (ou **A** = {}), o sequenciamento está concluído.

Outras heurísticas são encontradas na literatura. Sumichrast e Russel (1990) avaliam cinco heurísticas para o sequenciamento de sistemas de produção *Just-in-Time*. Cano-Belmán et al. (2010) apresentam uma hiper-heurística, definida por Burke e Petrovic (2002) como uma heurística que se utiliza de outras heurísticas em sua execução para o sequenciamento de linhas de produção mistas.

O problema do sequenciamento da linha de produção mista pode ocorrer por turno, dia ou semana, em razão da variação de demanda dos produtos produzidos na linha (BECKER; SCHOLL, 2004).

Quatro principais objetivos do sequenciamento das linhas de produção mistas são definidos por Merengo et al. (1999). Minimizar a taxa de produtos incompletos; minimizar a probabilidade de bloqueio da linha; redução dos produtos em processamento; e utilização constante das estações de trabalho.

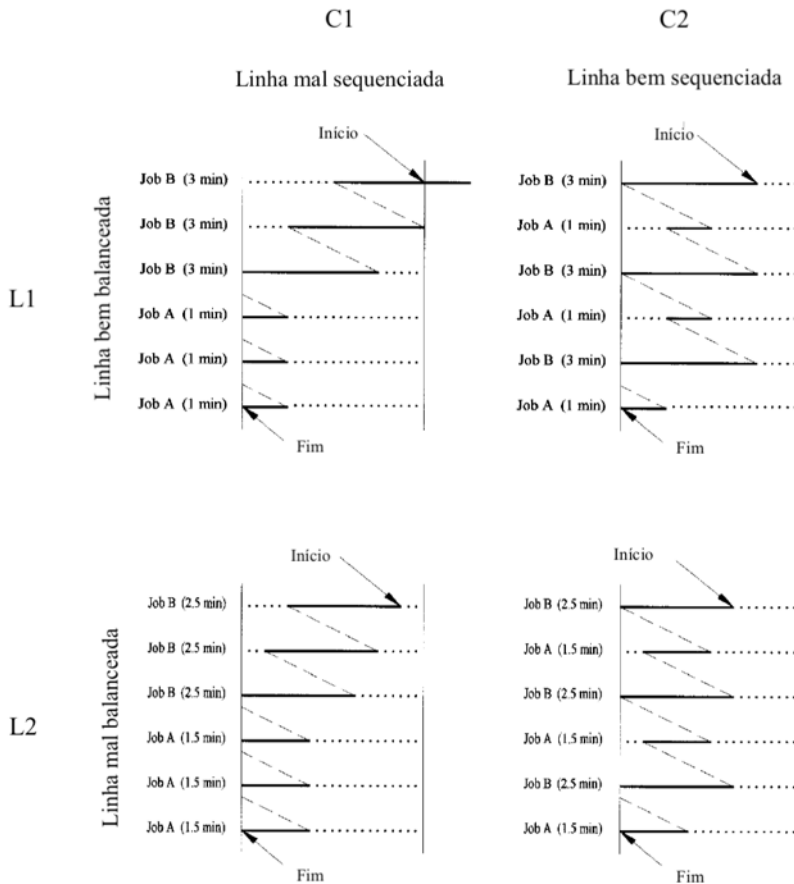
A minimização de produtos incompletos é obtida através de uma taxa de produção uniforme para cada produto (MERENGO et al., 1999).

Merengo et. al. (1999) sugerem que o sequenciamento deve, em geral, alternar produtos com processamento fácil e difícil, causando uma carga de trabalho uniforme para o operador. Os produtos são classificados em fáceis e difíceis de acordo com o tempo de processamento na estação. O processamento de um produto é considerado fácil em relação a outro produto quando seu tempo de processamento é menor.

A Figura 4 exemplifica a importância dos impactos do balanceamento e sequenciamento numa estação de uma linha de produção mista. O sistema apresentado na Figura 4 tem tempo de ciclo de 4 minutos. A linha é do tipo *paced line* e os produtos levam 4 minutos para se mover através da estação.

O ciclo repetitivo, sequência de produção dos produtos repetida até que a demanda seja satisfeita, apresentado na Figura 4, é formado por três unidades do produto tipo *A* e três unidades do produto tipo *B*. A linha tracejada na Figura 4 representa o retorno do operador ao início da estação para iniciar o processamento de um novo produto.

Figura 4 - Impactos do sequenciamento e balanceamento em uma estação



Fonte: Merengo et al. (1999) (adaptado pelo autor).

Na coluna C2 da Figura 4 é realizado o sequenciamento alternando produtos fáceis e difíceis. A probabilidade de todos os produtos desta coluna serem completos no tempo de ciclo definido é afetada de forma positiva quando comparados com a coluna C1.

Na linha L2 da Figura 4 é realizado o balanceamento alocando mais tarefas do produto A e um menor número de tarefas do produto B à estação. Contudo, a carga de trabalho total na estação não é modificada. A soma dos tempos de processamento dos produtos A e B da linha L2 não é alterada em relação à linha L1.

Nos desenhos da linha $L1$ da Figura 4, o tempo do produto A e do produto B são, respectivamente, 1 e 3 minutos, enquanto nos desenhos da linha $L2$, o tempo altera-se para, 1,5 e 2,5 minutos. Nota-se também a superioridade da solução da linha $L2$, coluna $C2$, quando comparada à solução da linha $L1$, coluna $C1$.

O desenvolvimento de soluções eficientes de sequenciamento é uma tarefa complexa. Boysen et al. (2008) mostram que o problema de sequenciamento em uma linha de produção mista é um problema com complexidade - tempo computacional necessário para um algoritmo resolver o problema - do tipo tempo polinomial não determinístico (*Non-Deterministic Polynomial time - NP*).

A complexidade de algoritmos é abordada por Sipser (2006). Neste campo de estudo, um problema aparentemente passível de ser resolvido pode, na prática, ser insolúvel dado os requerimentos de tempo ou memória.

Segundo Sipser (2006), os problemas da classe P são problemas de ordem polinomial e seus tempos de processamento são considerados curtos; por sua vez, os problemas de classe NP , ou tempos polinomiais não determinísticos, possuem tempo de processamento crescente de forma exponencial, diretamente relacionado ao tamanho do problema.

Partindo de tais suposições em relação à complexidade do problema de sequenciamento de uma linha de produção mista, entende-se que a solução ótima do sequenciamento pode ser inviável para linhas de produção com muitos produtos e estações.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo apresenta os procedimentos metodológicos utilizados na realização do trabalho. De acordo com Gil (2010), a pesquisa “é um processo formal e sistemático de desenvolvimento do método científico. O objetivo fundamental da pesquisa é descobrir respostas para problemas mediante o emprego de procedimentos científicos”.

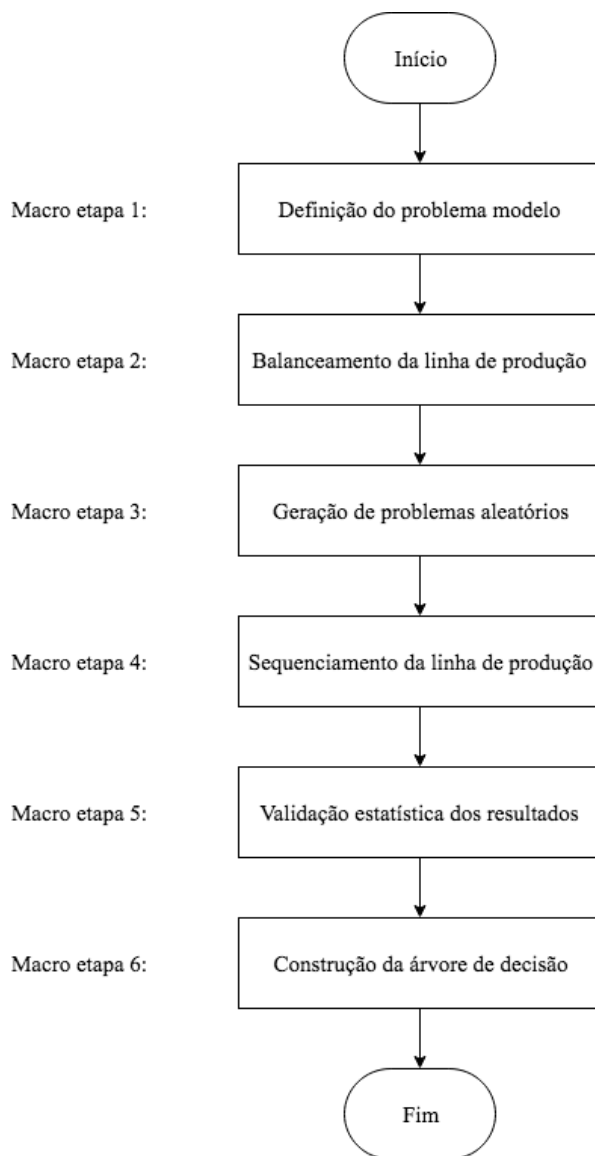
Devido aos objetivos definidos no primeiro capítulo, o presente trabalho apresenta uma abordagem mista, isto porque, para compreender o problema de pesquisa, fez-se necessário a combinação das abordagens qualitativa e quantitativa (CLARK; CRESWELL, 2015).

A dimensão qualitativa da pesquisa consistiu no desenvolvimento de uma heurística para os problemas de sequenciamento de produtos em uma linha mista de produção. Sua construção envolveu a coleta de dados secundários em fontes bibliográficas através da identificação na literatura dos objetivos e requisitos necessários para a sua elaboração.

A dimensão quantitativa do trabalho compreende a simulação de problemas de balanceamento e sequenciamento de linhas de produção mista e análise estatística dos resultados.

A Figura 5 apresenta o fluxograma do método utilizado para geração do problema de linha de produção mista, simulação com variação dos parâmetros e análise estatística dos dados.

Figura 5 - Fluxograma do método



Fonte: Autoria própria (2018).

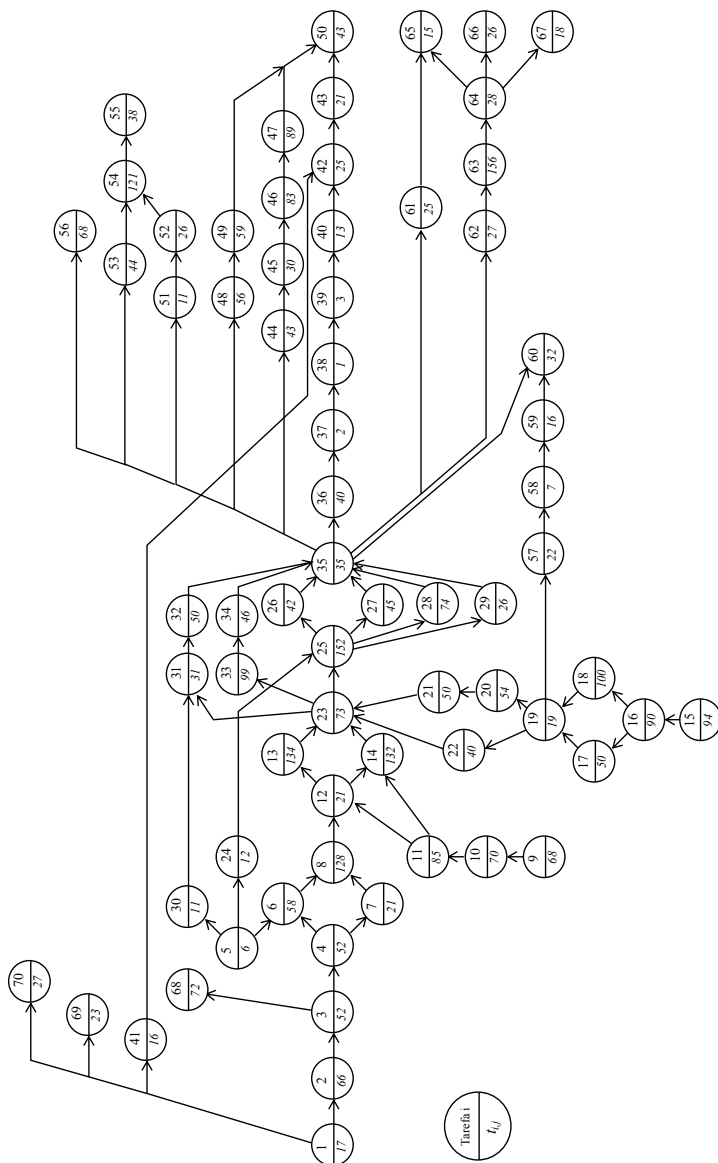
A Macroetapa 1 (Figura 5), que consiste na definição do problema modelo, compreendeu definir o modelo de linha de produção típico constituindo-se em banco de testes para avaliação de heurísticas. O modelo consiste no problema clássico proposto por Tonge (1961), conhecido como *70-task problem of Tonge*. Este problema considera a fabricação de produtos com 70 tarefas distintas. Este problema é utilizado como *benchmark* em artigos de avaliação de desempenho de procedimentos heurísticos (BAYBARS, 1986).

Ao problema clássico de Tonge foram acrescentados de um a cinco produtos com tempos aleatórios proporcionais aos tempos originais do problema de Tonge. A demanda dos produtos também foi sortida de forma a gerar diferentes mixes de produtos no ciclo repetitivo.

A Figura 6 apresenta o diagrama de precedência do *70-task problem of Tonge*. As tarefas são representadas pelos círculos. Conforme indicado na legenda da Figura 6, o número na parte superior do círculo representa a tarefa e o número da parte inferior do círculo o tempo de processamento da tarefa.

Todos os produtos produzidos na linha de produção proposta são compostos pelas tarefas apresentadas na Figura 5. A diferenciação entre os produtos ocorre em função dos tempos de execução das tarefas.

Figura 6 - Diagrama de precedência do problema modelo

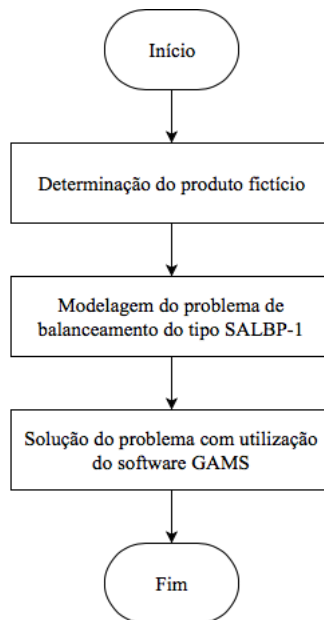


Fonte: Tonge (1961) (adaptado pelo autor).

A Macro etapa 2 (Figura 5) consiste de balancear a linha considerando a estratégia de transformação do problema MALBP em um problema SALBP. O software *Generic Algebraic Modelling System* (GAMS) foi utilizado para solução do problema de forma a minimizar o número de estações para o tempo de ciclo especificado previamente. O tempo de ciclo foi definido por meio de simulação a fim de maximizar a eficiência da linha, minimizando a ociosidade da mesma.

A Figura 7 apresenta o fluxograma de execução da Macroetapa 2, balanceamento da linha de produção mista. Na figura são apresentados os procedimentos que compõem o balanceamento da linha.

Figura 7 - Fluxograma do balanceamento



Fonte: Autoria própria (2018).

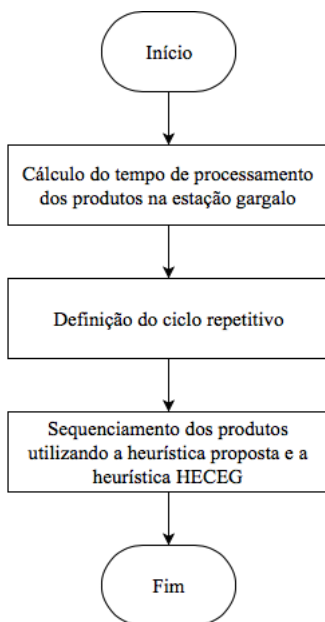
A Macroetapa 3 (Figura 5), geração dos problemas aleatórios, foi realizada variando o número de diferentes produtos na linha, mix destes produtos e os tempos de processamento na estação gargalo. Por limitações do programa desenvolvido para simulação da linha de produção, estabeleceu-se o número de produtos adicionados à linha entre um e cinco. Os tempos das tarefas foram gerados segundo três distribuições de

probabilidade típicas: uniforme, normal e exponencial. A distribuição exponencial apresenta maior dispersão entre as distribuições teóricas.

A Macro etapa 4 (Figura 5) consiste no sequenciamento dos produtos da linha de produção mista. O sequenciamento foi realizado seguindo duas heurísticas: a heurística proposta no trabalho e a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG). A HECEG foi selecionada por apresentar complexidade de execução similar à heurística proposta e por ser uma heurística baseada na estação gargalo, da mesma forma que a proposta neste trabalho.

A Figura 8 apresenta o fluxograma de execução do sequenciamento dos produtos na linha de produção mista. Nesta figura são apresentados os procedimentos que compõem o sequenciamento dos produtos na linha de produção.

Figura 8 - Fluxograma do sequenciamento



Fonte: Autoria própria (2018).

A Macro etapa 5 (Figura 5), validação estatística dos resultados, tem como objetivo avaliar a performance da heurística proposta comparando-a com a heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (ECEG). A validação estatística dos resultados foi realizada

utilizando o teste t pareado para diferença de médias. Utilizou-se também a ANOVA para comparação das médias e definição das variáveis que influenciavam no desempenho das heurísticas de sequenciamento.

A Macro etapa 6 (Figura 5) compreende a construção da árvore de decisão. Esta macro etapa tem como objetivo reforçar os resultados obtidos com a análise estatística e evidenciar os casos em que a heurística proposta apresenta desempenho superior à heurística do equilíbrio de carga na estação gargalo. A árvore de decisão foi construída utilizando o *software* de *data mining* WEKA, desenvolvido pela University of Waikato. Este *software*, reconhecido como um marco em *data mining* e *machine learning*, possui ampla aceitação na academia e indústria (HALL et. al. 2009).

4 HEURÍSTICA PROPOSTA E RESULTADOS OBTIDOS

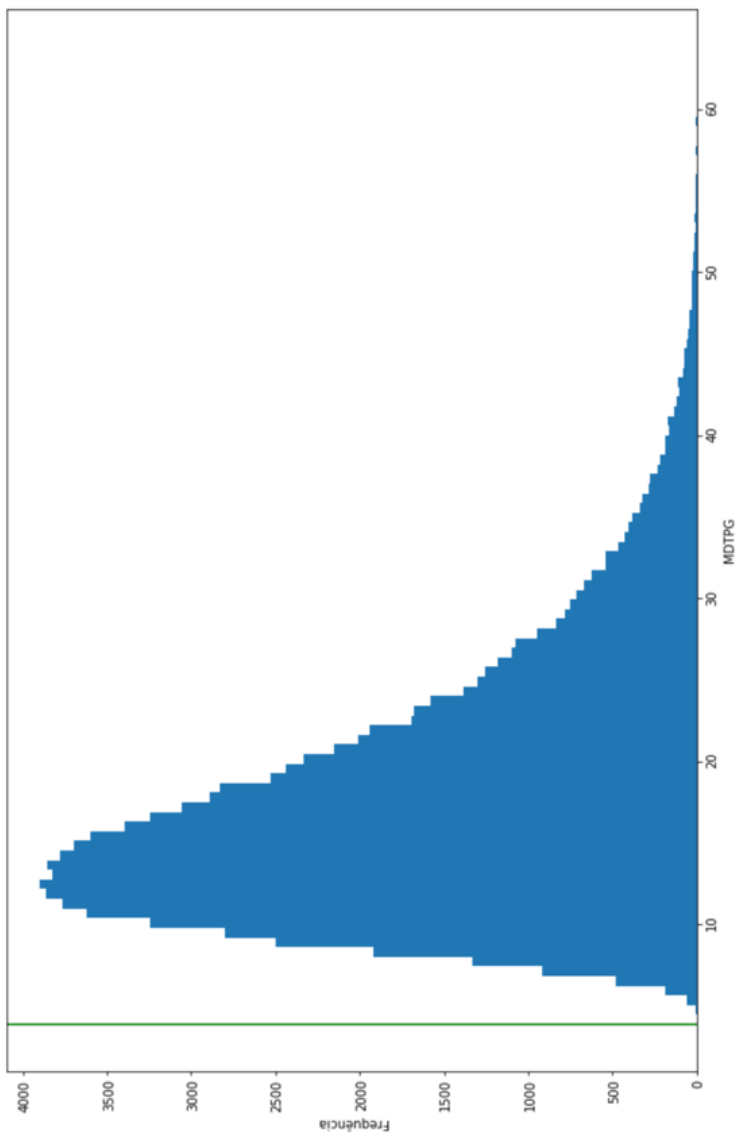
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo será proposta uma heurística para o sequenciamento de linhas mistas de produção e sua aplicação a um problema exemplo de linha mista. A motivação deste estudo surgiu de um projeto piloto com a aplicação da heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (ECEG) e comparação desta com cem mil sequências aleatórias para avaliar o potencial de heurísticas para sequenciamento de linhas mistas de produção. O ranqueamento da qualidade da heurística foi baseado em uma métrica específica, a qual avalia a média dos desvios em relação ao tempo médio de processamento na estação gargalo (MDTPG). Os resultados obtidos com o projeto piloto são apresentados na Figura 9 onde consta o histograma que considera os resultados obtidos com o projeto piloto.

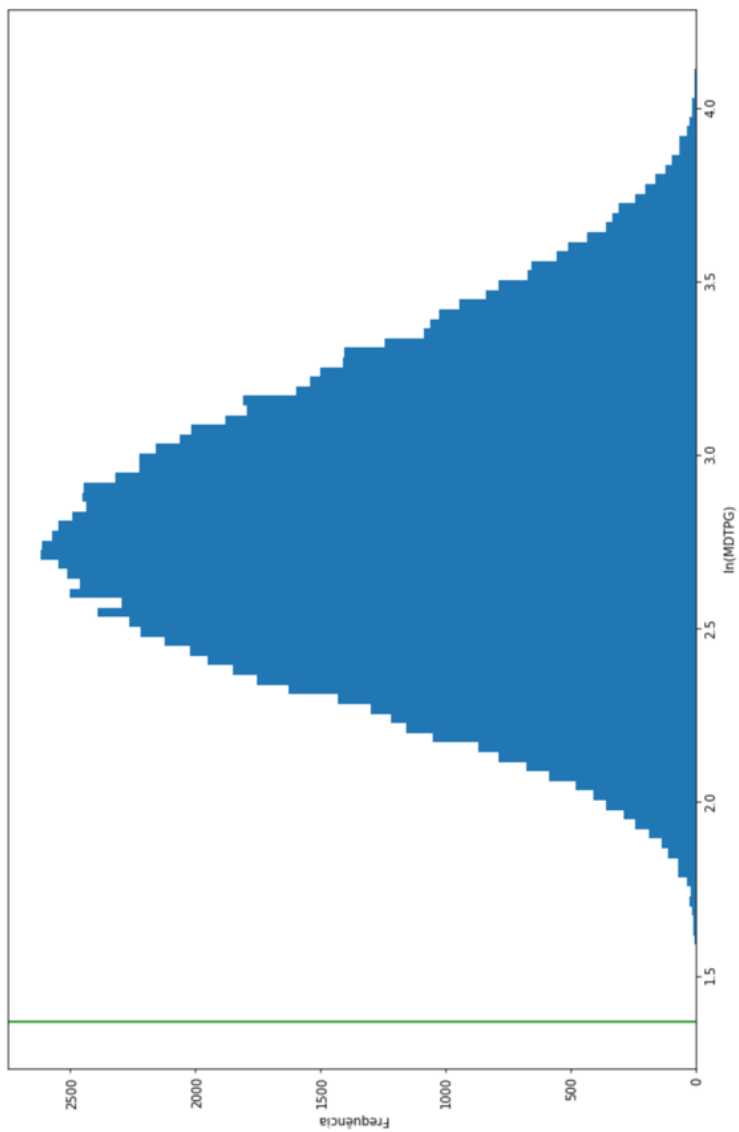
Não foram observadas soluções aleatórias que produziram resultados superiores à heurística clássica de sequenciamento. O problema de sequenciamento desta linha apresenta 162.954.792.000 soluções diferentes $20!/(4! \times 3! \times 3! \times 4! \times 6!)$. A heurística de sequenciamento do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (ECEG) apresentou MDTPG de 3,93 ut. As sequências aleatórias apresentaram média das MDTPGs 17,95 ut e desvio padrão 7,67 ut.

Aplicou-se o logaritmo natural à série a fim de aproximá-la da distribuição normal de probabilidade (Figura 10). O valor de z (Score z) da sequência obtida com aplicação heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (ECEG) foi -3,52. Este valor indica que a área sob a curva normal padronizada é 0,0002. Espera-se que haja 34.083.026 sequências que apresentem resultados superiores à sequência obtida com a heurística do Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo. Portanto, presume-se que existam soluções potencialmente melhores que a heurística clássica ECEG. O objetivo deste trabalho é propor uma heurística alternativa que possa “caçar” soluções no restrito espaço das potencialmente melhores.

Figura 9 - Histograma MDTPG das sequências aleatórias



Fonte: Autoria própria (2018).

Figura 10 - Histograma $\ln(\text{MDTPG})$ das sequências aleatórias

Fonte: Autoria própria (2018).

4.2 PROPOSIÇÃO DA HEURÍSTICA

A heurística proposta neste trabalho foi baseada no princípio de Merengo et al. (1999), que sugerem que o sequenciamento deve, em geral, alternar produtos com processamento fácil e difícil, causando uma carga de trabalho uniforme para o operador.

Outra importante consideração para a criação da heurística foi a busca por um procedimento de fácil e rápida aplicação. Este princípio vai ao encontro ao que Becker e Scholl (2004) afirmam: o problema do sequenciamento da linha de produção mista pode ocorrer por turno, dia ou semana, em razão da variação de demanda dos produtos produzidos na linha.

A heurística proposta consiste em oito passos apresentados a seguir.

Heurística Proposta:

1. calcular μ : média ponderada dos tempos de processamento dos produtos na estação gargalo;
2. calcular δ_i : para cada produto i calcular o desvio do tempo do produto em relação à média, $\delta_j = t_j - \mu$;
3. criar uma lista **A** de produtos Q_j , que serão produzidos em um ciclo;
4. iniciar a iteração $k = 0$ e desvio do tempo médio $d_k = 0$;
5. calcular $\varepsilon_j = |d_j + 2 \times d_k|$;
6. alocar o produto j^* com menor valor ε_j na posição k ;
7. atualizar o desvio $d_{k+1} = d_k + \delta_{j^*}$, remover um item do produto j^* da lista **A**, e fazer $k = k + 1$;
8. repetir os passos 5 a 7 até que não existam mais produtos para serem alocados.

A alocação dos produtos é realizada com base no valor de ε_j . Conforme apresentado, ε_j é definido como módulo da soma do desvio do produto com duas vezes o desvio atual. O objetivo desta definição de ε_j é alocar produtos que façam com que $d_{k+1} + d_k$ apresente valor próximo a zero, ou de outra forma que d_{k+1} seja o oposto de d_k ($d_{k+1} = -d_k$).

Para exemplificar a aplicação da heurística proposta são apresentados no Quadro 3 três produtos - P1, P2 e P3 - com os respectivos tempos de processamento na estação gargalo e demanda por ciclo repetitivo.

Quadro 3 - Demanda dos produtos problema exemplo da heurística proposta

Produto	t_j	Q_j
P1	100	2
P2	175	2
P3	300	3

Fonte: Autoria própria (2018).

O Quadro 4 apresenta as sete iterações da heurística proposta para sequenciamento dos produtos P1, P2 e P3.

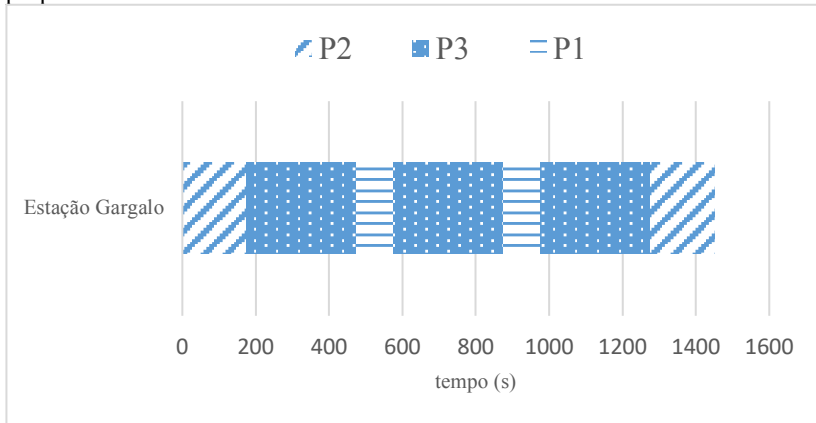
Quadro 4 - Iterações da heurística proposta no problema exemplo

Iteração		$\mu = 207,14$				
	Produto	t_j	δ_j	d_k	ε_j	Q_j
0	P1	100	107,14	0,00	107,14	2
	P2	175	-32,14	0,00	32,14	2
	P3	300	92,86	0,00	92,86	3
1	P1	100	107,14	-32,14	171,43	2
	P2	175	-32,14	-32,14	96,43	1
	P3	300	92,86	-32,14	28,57	3
2	P1	100	107,14	60,71	14,29	2
	P2	175	-32,14	60,71	89,29	1
	P3	300	92,86	60,71	214,29	2
3	P1	100	107,14	-46,43	200,00	1
	P2	175	-32,14	-46,43	125,00	1
	P3	300	92,86	-46,43	0,00	2
4	P1	100	107,14	46,43	14,29	1
	P2	175	-32,14	46,43	60,71	1
	P3	300	92,86	46,43	185,71	1
5	P1	100	107,14	-60,71	228,57	0
	P2	175	-32,14	-60,71	153,57	1
	P3	300	92,86	-60,71	28,57	1
6	P1	100	107,14	32,14	42,86	0
	P2	175	-32,14	32,14	32,14	1
	P3	300	92,86	32,14	157,14	0

Fonte: Autoria própria (2018).

A Figura 11 apresenta o gráfico de Gantt do ciclo repetitivo obtido com aplicação da heurística proposta para o problema de três produtos. Evidencia-se no gráfico a alternância entre produtos com tempo de processamento rápido com produtos que possuem tempos de processamento mais demorados.

Figura 11 - Gráfico de Gantt três produtos fictícios exemplo da heurística proposta



Fonte: Autoria própria (2018).

4.3 BALANCEAMENTO DA LINHA DE PRODUÇÃO

O balanceamento da linha de produção compreende alocar as tarefas necessárias à fabricação dos diferentes produtos às estações que compõem a linha de produção.

O problema proposto consiste em uma linha de produção mista, consequentemente o balanceamento desta linha é o *Mixed Assembly Line Balancing Problem* (MALBP). O balanceamento da linha foi definido como MALBP-1, que tem como objetivo minimizar o número de estações para o tempo de ciclo definido. Este objetivo foi selecionado por contribuir com a minimização da ociosidade da linha, pois resulta em estações com tempos de processamento similares.

O balanceamento foi realizado utilizando a estratégia de transformação do produto fictício. Esta estratégia transforma o problema MALBP em um problema SALBP. Neste problema o tempo de processamento do produto fictício consiste na média ponderada dos tempos de processamento das tarefas em relação à demanda dos produtos reais.

O balanceamento da linha de produção foi modelado como problema SALBP-1. Este problema consiste em minimizar o número de estações na linha de produção para determinado tempo de ciclo.

O problema foi modelado conforme modelagem apresentada no capítulo dois. Este modelo é do tipo programação inteira binária (PIB). O problema foi resolvido com a utilização do programa GAMS.

A solução obtida com este modelo consiste no número de estações da linha de produção e nas tarefas alocadas à cada estação. A soma dos tempos de processamento foi realizada para cada produto e estação.

O output da etapa do balanceamento da linha de produção consiste no tempo de processamento de cada produto nas estações e das tarefas alocadas à cada estação.

4.4 SEQUENCIAMENTO DA LINHA DE PRODUÇÃO

Nesta etapa do trabalho, após a execução do balanceamento da linha de produção, foi realizado o sequenciamento dos produtos. Os produtos foram sequenciados utilizando a heurística proposta pelo autor e a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG).

A partir da análise do balanceamento da linha de produção foi identificada a estação gargalo. Fundamentado na alocação das tarefas à estação gargalo foi calculado o tempo de processamento nesta estação para todos os produtos da linha. A partir da demanda dos produtos de linha de produção foi calculado r , o maior divisor comum das demandas dos produtos da linha. A demanda de cada produto foi dividida por r para obtenção do número de produtos a ser produzido por ciclo repetitivo

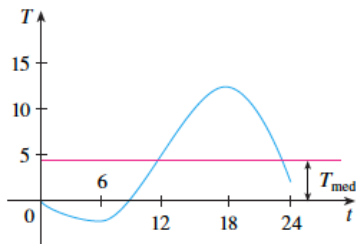
A fim de comparar a qualidade das sequências obtidas foi necessário propor uma métrica comparativa. A métrica proposta consistiu em avaliar a média dos desvios em relação ao tempo médio de processamento na estação gargalo - MDTPG, medido em unidades de tempo (ut).

A MDTPG é calculada utilizando o Teorema do Valor Médio para Integrais (STEWART, 2013). Este teorema possibilita o cálculo do valor médio de uma função. A Figura 12 ilustra este teorema. O valor médio da função pode ser calculado como:

$$f_{med} = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b - a}$$

onde: a e b são os limites de integração.

Figura 12 - Teorema do valor médio para integrais



Fonte: Stewart (2013).

A métrica proposta avalia a suavidade da produção na estação gargalo, visto que a MDTPG é igual a zero em uma linha de produção mista na qual todos os produtos possuem tempos de processamento iguais. Portanto, uma sequência que apresenta menor MDTPG é considerada superior à uma sequência que apresente maior MDTPG.

O limite da média dos desvios em relação ao tempo médio de processamento na estação gargalo - MDTPG igual a zero implica na linha de produção sem desvios de tempo. A produção ocorre de forma suavizada e sem desvios acentuados decorrentes da produção de diferentes produtos.

Os *outputs* da etapa do sequenciamento da linha de produção são o ciclo repetitivo, o qual consiste na sequência de produção dos produtos que é repetida até que a demanda seja satisfeita e o número r , que define o número de vezes que o ciclo repetitivo será replicado.

4.5 PROBLEMA EXEMPLO

Este tópico do trabalho apresenta um problema exemplo. Este problema é resolvido seguindo a metodologia proposta no capítulo três do trabalho. Este problema exemplo apresenta cinco produtos com demandas e tempos de processamento distintos.

O Quadro 5 apresenta a demanda dos produtos para o caso exemplo de cinco produtos.

Quadro 5 - Demanda dos produtos

	P1	P2	P3	P4	P5
Demanda	200	150	150	200	300

Fonte: Autoria própria (2018).

O Quadro 6 apresenta os tempos de processamento das tarefas dos cinco produtos. O Quadro também apresenta o tempo de processamento das tarefas do produto fictício. Os tempos de processamento das tarefas do produto fictício consistem na média ponderada dos tempos de processamento dos produtos reais em relação às demandas dos produtos reais.

Quadro 6 - Tempo de processamento das tarefas (continua)

Tarefa	Tempos das Tarefas					Produto Fictício
	P1	P2	P3	P4	P5	
T01	17,0	14,5	14,2	17,9	17,0	16,4
T02	66,0	56,6	63,8	61,4	65,1	63,1
T03	54,0	54,1	52,4	54,1	55,8	54,3
T04	52,0	50,4	57,4	57,0	48,1	52,4
T05	6,0	2,1	5,9	6,0	6,0	5,4
T06	88,0	83,9	94,9	80,3	87,7	86,8
T07	21,0	28,2	21,6	20,4	21,0	22,1
T08	128,0	127,4	132,3	116,2	130,1	126,8
T09	68,0	52,7	68,0	73,0	68,1	66,7
T10	70,0	80,5	73,1	67,4	71,8	72,1
T11	85,0	87,5	83,8	80,2	88,5	85,3
T12	21,0	17,8	23,3	19,7	16,8	19,4
T13	134,0	131,8	133,8	135,6	127,8	132,1
T14	135,0	150,7	135,0	144,5	155,7	145,5
T15	94,0	95,2	97,8	76,9	94,1	91,4
T16	90,0	88,7	97,9	88,8	87,5	90,0
T17	50,0	46,5	50,2	47,9	53,6	50,2
T18	319,0	332,3	343,1	321,8	317,7	324,8
T19	19,0	19,0	21,5	21,2	14,8	18,5
T20	54,0	52,0	55,1	54,6	54,0	54,0
T21	50,0	48,0	53,1	52,1	48,4	50,1
T22	40,0	40,0	40,0	46,9	50,2	44,5
T23	73,0	73,0	74,0	74,3	87,0	77,6
T24	12,0	13,8	9,4	12,0	12,0	11,9
T25	152,0	129,5	163,8	158,5	143,1	149,0
T26	42,0	42,0	41,9	45,1	41,8	42,5
T27	45,0	39,2	39,6	46,0	52,7	45,8
T28	74,0	76,9	83,2	77,3	69,0	75,0
T29	26,0	25,0	27,6	27,2	25,7	26,2
T30	11,0	7,1	9,4	15,4	14,1	12,0
T31	31,0	31,0	36,6	27,8	31,7	31,4
T32	50,0	52,2	50,0	52,7	40,4	48,0
T33	102,0	103,0	97,8	102,0	93,1	98,9
T34	46,0	47,9	49,9	43,9	53,5	48,7
T35	35,0	40,3	35,0	37,9	30,6	35,1

Fonte: Autoria própria (2018).

Quadro 6 - Tempo de processamento das tarefas (conclusão)

Tarefa	Tempos das Tarefas					Produto Fictício
	P1	P2	P3	P4	P5	
T36	40,0	40,6	34,1	40,5	39,9	39,3
T37	2,0	0,5	0,7	1,5	2,0	1,5
T38	1,0	0,0	0,0	0,0	1,7	0,7
T39	3,0	3,7	3,2	4,4	3,3	3,5
T40	13,0	11,4	13,0	11,3	13,4	12,5
T41	16,0	14,3	16,8	16,0	15,2	15,6
T42	25,0	19,8	19,3	26,0	22,1	22,7
T43	21,0	18,6	15,3	25,9	19,0	20,2
T44	43,0	41,3	50,7	37,7	49,9	44,9
T45	30,0	30,0	26,9	25,0	32,3	29,2
T46	83,0	92,2	78,7	81,4	81,5	83,0
T47	89,0	80,8	90,1	95,8	104,1	93,8
T48	56,0	49,6	46,3	57,9	62,9	56,0
T49	59,0	61,2	58,2	66,2	55,7	59,7
T50	43,0	42,1	43,4	41,1	39,4	41,5
T51	11,0	6,8	9,5	10,1	8,6	9,3
T52	26,0	23,6	33,2	23,3	26,2	26,3
T53	44,0	55,8	51,1	38,7	35,3	43,1
T54	121,0	121,0	121,3	134,2	113,1	121,3
T55	38,0	37,0	34,3	34,9	42,5	38,0
T56	68,0	67,6	68,5	63,2	67,0	66,8
T57	22,0	21,4	21,7	19,9	19,1	20,6
T58	7,0	8,8	3,9	6,7	8,4	7,1
T59	16,0	17,0	16,1	17,1	11,6	15,1
T60	32,0	27,2	32,0	28,7	24,0	28,2
T61	25,0	21,1	29,1	25,9	26,8	25,7
T62	27,0	24,5	26,2	30,9	27,0	27,3
T63	156,0	169,4	148,8	161,0	137,9	152,5
T64	28,0	35,1	24,6	33,3	33,8	31,4
T65	15,0	13,1	17,8	16,1	15,7	15,6
T66	26,0	25,2	26,0	19,3	26,0	24,5
T67	18,0	18,1	18,8	19,4	19,6	18,9
T68	72,0	68,6	72,5	72,0	79,7	73,9
T69	23,0	22,6	24,1	21,2	19,2	21,6
T70	27,0	30,0	27,3	33,3	26,4	28,6

Fonte: Autoria própria (2018).

O tempo de processamento total do produto fictício, que consiste na soma do tempo de processamento das setenta tarefas, é 3.694 unidades de tempo para o caso exemplo de cinco produtos.

O tempo de ciclo foi definido em 751 ut, por maximizar a ocupação da linha de produção considerando os tempos de processamento das tarefas do produto fictício. Para este tempo de ciclo, o *lower bound (LB)*,

ou limite mínimo de estações de trabalho capaz de alocar todas as tarefas é 5. O LB indica que são necessárias no mínimo 5 estações de trabalho para alocar todas as tarefas necessárias na produção do produto fictício.

A solução do problema SALBP-1 do produto fictício para tempo de ciclo de 751 ut apresentou 5 estações.

O Quadro 8 apresenta as tarefas alocadas à cada estação, o tempo de processamento das tarefas para o produto fictício e o tempo de processamento total na estação, definidos na solução ótima.

Os tempos de processamento nas estações apresentados no Quadro 7 estão contidos no intervalo entre 712,09 ut e 750,57 ut. A diferença do tempo de processamento total nestas estações é 38,47 ut, ou 5,12% de diferença entre o maior e o menor tempo de processamento total.

Quadro 7 - Tarefas alocadas por estação

Estação	Tarefas	Tempo	Tempo estação
Estação 1	T01	16,38	712,09
	T02	63,07	
	T03	54,35	
	T04	52,40	
	T05	5,40	
	T06	86,80	
	T07	22,06	
	T09	66,71	
	T15	91,35	
	T16	90,00	
	T24	11,87	
	T30	11,97	
	T41	15,62	
	T68	73,90	
T69	21,60		
T70	28,60		
Estação 2	T10	72,06	742,17
	T11	85,28	
	T17	50,17	
	T18	324,78	
	T19	18,53	
	T20	53,98	
	T21	50,11	
	T22	44,46	
	T57	20,60	
	T58	7,15	
T59	15,07		
Estação 3	T08	126,83	750,57
	T12	19,35	
	T13	132,11	
	T14	145,47	
	T23	77,60	
	T25	149,01	
	T26	42,55	
	T29	26,24	
	T31	31,39	
	Estação 4	T27	
T28		74,97	
T32		47,98	
T33		98,85	
T34		48,70	
T35		35,05	
T36		39,27	
T37		1,48	
T38		0,70	
T39		3,51	
T40		12,54	
T42		22,71	
T44		44,91	
T45		29,24	
T48		56,01	
T51		9,25	
T52		26,26	
T56	66,75		
T60	28,22		
T61	25,74		
T62	27,30		
Estação 5	T43	20,16	743,46
	T46	82,97	
	T47	93,83	
	T49	59,66	
	T50	41,47	
	T53	43,15	
	T54	121,31	
	T55	38,03	
	T63	152,51	
	T64	31,36	
T65	15,57		
T66	24,54		
T67	18,89		

Fonte: Autoria própria (2018).

A estação gargalo, com maior tempo de processamento total das tarefas foi a Estação 3. Esta estação possui tempo de processamento de 750,57 ut.

O Quadro 8 apresenta o tempo de cada tarefa alocada à Estação 3 e o tempo total de processamento de cada produto na estação. O tempo total de processamento do produto na estação é definido pela soma dos tempos das tarefas alocadas à esta estação.

Quadro 8 - Tempos dos produtos alocados à estação gargalo

Tarefa	P1	P2	P3	P4	P5
T08	128,00	127,42	132,29	116,25	130,09
T12	21,00	17,83	23,33	19,69	16,80
T13	134,00	131,79	133,84	135,60	127,83
T14	135,00	150,69	135,00	144,54	155,71
T23	73,00	73,00	74,05	74,27	86,97
T25	152,00	129,46	163,85	158,46	143,07
T26	42,00	42,00	41,89	45,09	41,82
T29	26,00	25,02	27,59	27,24	25,68
T31	31,00	31,00	36,55	27,81	31,66
tempo total	742,00	728,22	768,39	748,93	759,63

Fonte: Autoria própria (2018).

O Quadro 9 apresenta a demanda de cada produto por ciclo repetitivo e o valor de r para o caso exemplo de cinco produtos. O valor de r é o maior denominador comum das demandas dos produtos, e representa o número de vezes que o ciclo repetitivo é replicado até que a demanda dos produtos seja satisfeita. A demanda do produto por ciclo repetitivo consiste na demanda do produto dividida pelo maior denominador comum a todas as demandas.

Quadro 9 - Ciclo repetitivo

$r = 50$	P1	P2	P3	P4	P5
Demanda por ciclo repetitivo	4	3	3	4	6

Fonte: Autoria própria (2018).

O Quadro 10 apresenta as primeiras três iterações da heurística proposta pelo autor para o problema apresentado. As linhas destacadas indicam que o produto j^* foi alocado na iteração k .

Quadro 10 - Iterações da heurística proposta

Iteração		$\mu = 750,57$				
	Produto	t_j	δ_j	d_k	ε_j	Q_j
0	P1	742,00	-8,57	0,00	8,57	4
	P2	728,22	-22,35	0,00	22,35	3
	P3	768,39	17,82	0,00	17,82	3
	P4	748,93	-1,63	0,00	1,63	4
	P5	759,63	9,06	0,00	9,06	6
1	Produto	t_j	δ_j	d_k	ε_j	Q_j
	P1	742,00	-8,57	-1,63	11,83	4
	P2	728,22	-22,35	-1,63	25,61	3
	P3	768,39	17,82	-1,63	14,56	3
	P4	748,93	-1,63	-1,63	4,90	3
P5	759,63	9,06	-1,63	5,80	6	
2	Produto	t_j	δ_j	d_k	ε_j	Q_j
	P1	742,00	-8,57	-3,26	15,10	4
	P2	728,22	-22,35	-3,26	28,88	3
	P3	768,39	17,82	-3,26	11,29	3
	P4	748,93	-1,63	-3,26	8,16	2
P5	759,63	9,06	-3,26	2,53	6	

Fonte: Autoria própria (2018).

O Quadro 11 apresenta as seqüências obtidas com a aplicação das duas heurísticas de sequenciamento. A seqüência é o ciclo repetitivo que deve ser replicado $r = 50$ vezes para o atendimento da demanda dos produtos. Observa-se que as duas heurísticas apresentaram decisões diferentes para onze posições.

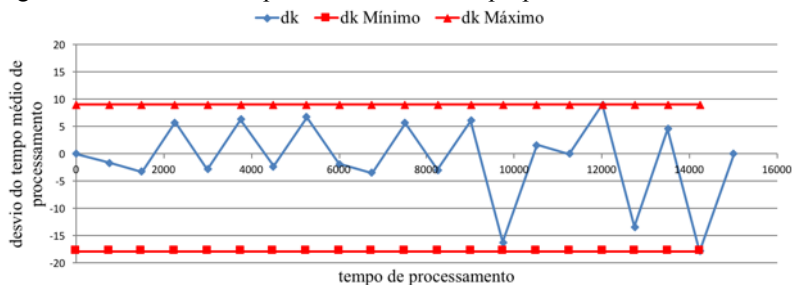
Quadro 11 - Sequências obtidas com aplicação das heurísticas

Posição	Heurística proposta	HECEG
1	P4	P4
2	P4	P4
3	P5	P4
4	P1	P5
5	P5	P4
6	P1	P1
7	P5	P5
8	P1	P1
9	P4	P5
10	P5	P1
11	P1	P5
12	P5	P1
13	P2	P5
14	P3	P5
15	P4	P2
16	P5	P3
17	P2	P2
18	P3	P3
19	P2	P2
20	P3	P3

Fonte: Autoria própria (2018).

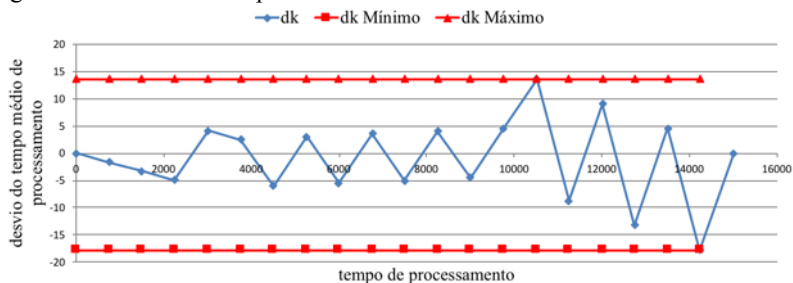
As Figuras 13 e 14 apresentam o desvio do tempo médio d_k em azul, d_k máximo em cinza e d_k mínimo em laranja. O eixo X das figuras representa o tempo acumulado de processamento, e o eixo Y o desvio do tempo médio.

Figura 13 - Desvio do tempo médio – heurística proposta



Fonte: Autoria própria (2018).

Figura 14 - Desvio do tempo médio – HECEG



Fonte: Autoria própria (2018).

As Figuras 13 e 14 mostram que a amplitude dos desvios em relação ao tempo médio da heurística proposta e da heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) são respectivamente 26,87 unidades de tempo e 31,40 unidades de tempo. A amplitude pode ser calculada como a diferença entre o desvio máximo e o desvio mínimo.

Avaliando as sequências apresentadas nas Figuras 13 e 14 em relação à MDTPG, a heurística proposta e a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) apresentam respectivamente médias de 3,73 *ut* e 3,86 *ut*.

Neste exemplo, a sequência obtida com a heurística proposta foi considerada superior por apresentar menor MDTPG.

4.6 VALIDAÇÃO ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS

A bancada de testes constituída para avaliar as heurísticas consiste em um conjunto de dados gerado aleatoriamente derivados do problema de Tonge. Neste conjunto os problemas aleatórios apresentam diferentes

números de produtos fabricados na linha, mix de produtos distintos e tempos de processamento na estação gargalo aleatórios.

A validação estatística da heurística proposta foi realizada a partir da simulação de 145.086 problemas aleatórios variando os parâmetros:

- número de diferentes produtos entre 2 e 6.;
- demanda de cada produto no ciclo repetitivo com distribuição uniforme entre 0 e 5;
- tempos de processamento na estação gargalo com distribuição uniforme, normal e exponencial;
 - distribuição uniforme entre 0 e 10.000 ut;
 - tempos exponenciais das tarefas utilizando a fórmula $-\ln(X) \times 3000$, onde X possui distribuição uniforme e valores entre 0 e 1;
 - distribuição normal de tempo com média 3.000 ut e desvio padrão 2.000 ut.

A Tabela 1 apresenta o número total de simulações realizadas por distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas e número de produtos. A demanda dos produtos no ciclo repetitivo apresenta distribuição de probabilidade uniforme entre 0 e 5. Desta forma a probabilidade da simulação apresentar dois produtos diferentes é menor do que a probabilidade da ocorrência de cinco produtos diferentes.

Tabela 1 - Simulações realizadas

Distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas	Número de diferentes produtos				
	2	3	4	5	6
Exponencial	132	1.024	5.195	13.390	12.254
Normal	112	962	4.805	12.577	11.642
Uniforme	268	2.577	13.452	34.479	32.217

Fonte: Autoria própria (2018).

A comparação das soluções foi realizada através da diferença das MDTPGs. A diferença das médias foi estabelecida como: MDTPG da heurística proposta menos MDTPG da Heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG).

O primeiro passo foi utilizar a ANOVA para analisar se o número de produtos e as distribuições dos tempos das tarefas afetam a variância

da diferença das médias. Também foi avaliado se a combinação dos dois fatores afeta a variância da diferença das médias.

Foram estabelecidas duas hipóteses, a hipótese nula e hipótese alternativa ao nível de confiança de 5%.

H_0 : as médias populacionais são iguais;

H_1 : as médias populacionais não são iguais;

$\alpha = 5\%$.

Os resultados da ANOVA são apresentados na Tabela 2. As hipóteses nulas foram rejeitadas com base nos valores p obtidos. Portanto o número de produtos, a distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas e a combinação dos dois fatores afetam a média das diferenças das MDTPG.

Tabela 2 - Resultado Anova

Variável de interesse	Soma dos erros quadrados	Graus de Liberdade	Estatística F	Valor p
Distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas	2,21E+07	2	2862,53	0,000
Número de diferentes produtos	4,49E+06	1	1159,61	3,67E-253
Distribuição e Número de Produtos	1,55E+06	2	199,83	2,16E-87
Resíduos	5,61E+08	145080	-	-

Fonte: Autoria própria (2018).

Conforme exposto, o número de produtos e a distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas afetam a diferença das médias. Os testes t pareados foram realizados com o intuito de avaliar a média das diferenças de MDTPG para todas as combinações de número de produtos e distribuição de probabilidade de tempo.

Os resultados dos testes t são apresentados na Tabela 3. A tabela apresenta a estatística t , o valor p e a média das diferenças para todas as combinações de número de produtos e distribuição de probabilidade do tempo.

As hipóteses nula e alternativa formuladas foram:

H_0 : a média das diferenças das MDTPGs é igual a zero;

H_1 : a média das diferenças das MDTPGs não é igual a zero;

$\alpha = 5\%$.

Observa-se na Tabela 3 que, ao nível de confiança de 5%, rejeitaram-se as hipóteses nulas de que as médias das diferenças das MDTPGs são iguais a zero.

Pode-se observar a partir das médias das diferenças que existem cenários em que a heurística proposta consistentemente apresentou soluções superiores, ou seja, média das diferenças menor que zero, quando comparadas com a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG).

Tabela 3 - Resultados teste t

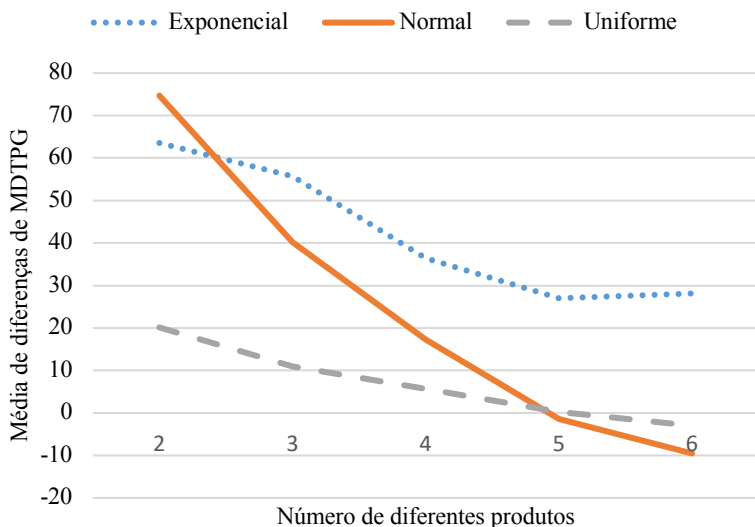
Número de diferentes produtos	Distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas													
	Exponencial						Normal						Uniforme	
	estatística t	valor p	Média das Diferenças	estatística t	valor p	Média das Diferenças	estatística t	valor p	Média das Diferenças	estatística t	valor p	Média das Diferenças		
2	9,677	4,86E-17	63,552	9,439	7,02E-16	74,806	16,432	2,09E-42	20,131					
3	15,862	7,97E-51	55,761	16,091	9,20E-52	40,224	30,318	6,21E-173	10,868					
4	26,258	8,53E-143	36,460	14,888	4,85E-49	17,215	35,087	3,78E-258	5,642					
5	30,61	5,91E-199	26,996	-1,942	5,21E-02	-1,404	2,094	3,62E-02	0,217					
6	30,133	1,71E-192	28,157	-12,977	3,04E-38	-9,535	-27,684	9,76E-167	-3,000					

Fonte: Autoria própria (2018).

A heurística proposta neste trabalho apresentou resultados superiores, estatisticamente significativos, para as combinações de 5 e 6 produtos com distribuição normal de probabilidade para os tempos das tarefas e para a combinação de 6 produtos com distribuição de tempos uniformemente distribuídos para as tarefas.

Faz-se necessário expor que a média da diferença das MDTPG apresentou tendência de crescimento inversamente proporcional ao número de produtos na linha. A Figura 15 apresenta a média das diferenças de MDTPG, por número de diferentes produtos.

Figura 15 - Evolução da média de diferenças de MDTPG



Fonte: Autoria própria (2018).

4.7 CONSTRUÇÃO DE ÁRVORE DE DECISÃO

A validação estatística mostrou que, sob certas condições, a heurística proposta apresenta resultados superiores à heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG). Para simplificar a aplicação vantajosa da heurística proposta, faz-se ainda necessário, estabelecer os cenários em que ela deveria ser aplicada na prática. Para tanto, foi utilizada a abordagem de construção de árvore de decisão, a qual

inclui as características que influenciaram na diferenciação do desempenho das heurísticas aplicadas.

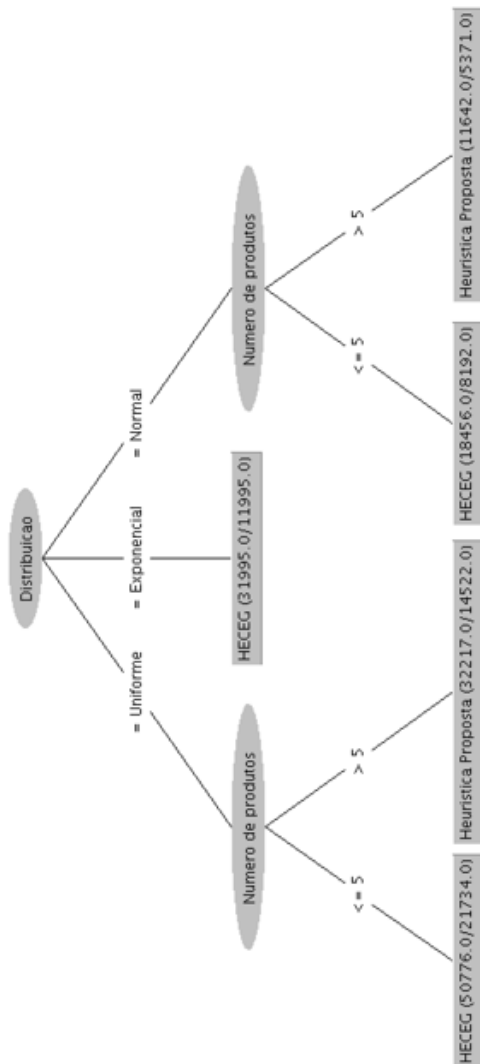
O conceito de árvore de decisão auxilia a tomada de decisão de qual heurística aplicar em função do número de diferentes produtos na linha e distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas dos produtos.

A Figura 16 apresenta a árvore de decisão de aplicação para heurísticas de sequenciamento. A árvore evidencia que a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) apresenta soluções superiores em problemas com distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas exponencial.

Em problemas com distribuição normal ou uniforme de probabilidade para tempos de processamento e número de produtos na linha menor ou igual a 5, a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) apresenta soluções superiores. Em problemas com distribuição de tempo normal ou uniforme e número de produtos na linha maior que 5, a heurística proposta neste trabalho apresenta soluções superiores.

Os números no fim dos ramos da árvore de decisão da Figura 16 indicam o número de ocorrências em que cada heurística apresenta resultados superiores. Exemplarmente, no fim do ramo que representa distribuições de tempos de tarefas com distribuição exponencial é apresentado HECEG (31.995 / 11.995), isto indica que HECEG apresentou resultados superiores 31.995 vezes, enquanto a heurística proposta apresentou resultados superiores em 11.995 ocorrências.

Figura 16 - Árvore de decisão de aplicação de heurística



Fonte: Autoria própria (2018).

4.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentados a heurística proposta no trabalho, um problema exemplo de teste, a análise dos resultados e a determinação da árvore de decisão para auxílio da decisão de qual heurística aplicar em determinadas situações. A árvore definida sugere qual heurística aplicar baseado em decisões relativas à distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas dos produtos e ao número de diferentes produtos na linha.

A árvore de decisão desenvolvida corrobora os resultados obtidos com a ANOVA e com o teste t . O resultado da ANOVA sugere que a distribuição de probabilidade dos tempos das tarefas dos produtos afeta a média das MDTPG. A árvore de decisão confirma sugestão ao selecionar o tipo de distribuição de probabilidade como fator decisivo na escolha de qual heurística aplicar.

Os resultados obtidos com o teste t são confirmados nos ramos que representam as distribuições de probabilidade de tempo normal e uniforme. Nestes ramos, o número de diferentes produtos foi decisivo na determinação de qual heurística deveria ser aplicada para obtenção de resultados economicamente vantajosos. Para número de diferentes produtos superior a 5, a árvore sugere aplicar a heurística proposta. Estes casos apresentam média das diferenças das MDTPG menor que zero nos testes t realizados.

5 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi desenvolver e validar uma heurística de sequenciamento de produtos para linhas de produção mistas.

Os objetivos do sequenciamento de produtos de linhas de produção mistas foram identificados através do estudo do referencial teórico. Estes são: suavização da taxa de produção de cada tipo de produto e redução do tempo ocioso nas estações de trabalho.

Heurísticas de sequenciamento de linhas de produção mistas foram identificadas, e comparou-se a performance de uma heurística clássica, a heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG), com a heurística proposta no trabalho.

A heurística proposta no trabalho apresentou sequências superiores à heurística de Equilíbrio de Carga na Estação Gargalo (HECEG) em casos específicos, conforme validação estatística dos resultados obtidos. Estes casos foram evidenciados com a determinação de árvore de decisão, por meio de algoritmo de indução. Os resultados sugerem que a heurística proposta apresenta sequências de melhor desempenho para problemas de sequenciamento de linhas mistas cujos tempos das tarefas sigam ou distribuição de probabilidade normal ou uniforme e maior número de diferentes produtos no respectivo mix.

Sugere-se, para trabalhos futuros, a realização de estudos de simulação com a extensão do número de diferentes produtos a ser produzido simultaneamente na mesma linha, além de estender a dispersão dos tempos das tarefas para maiores amplitudes.

REFERÊNCIAS

- ALGHAZI, A. A. **Balancing and Sequencing of Mixed Model Assembly Lines**. 2017. Dissertação (Doctor of Philosophy Industrial Engineering) – Clemson University, Clemson. Disponível em: <http://tigerprints.clemson.edu/all_dissertations/2022>. Acesso em: março de 2018.
- ASKIN, R. G.; STANDRIDGE, C. R. **Modeling and analysis of manufacturing systems**. New York: J. Wiley, 1993.
- BARROS, R. C.; BASGALUPP, M. P.; CARVALHO, A. C. P. L. F. I.; FREITAS, A. A. A Survey of Evolutionary Algorithms for Decision-Tree Induction, **Ieee Transactions On Systems, Man, And Cybernetics—Part C: Applications And Reviews**, v. 42, n. 3, p. 291-312, Maio de 2012. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5928432>>. Acesso em: março de 2018. DOI: 10.1109/TSMCC.2011.2157494
- BAYBARS, I. A Survey of Exact Algorithms for the Simple Assembly Line Balancing Problem, **Management Science**, v. 32, n. 8, p. 909-932, Agosto de 1986. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.32.8.909>>. Acesso em: março de 2018. DOI: <https://doi.org/10.1287/mnsc.32.8.909>
- BECKER, C.; SCHOOL, A. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing, **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 3, p. 694-715, Setembro de 2004. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221704004801>>. Acesso em: março de 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.023>
- BECKER, C.; SCHOOL, A. State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing, **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 3, p. 666-693, 2006. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221704004795>>. Acesso em: março de 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.022>
- BARBETTA, P. A.; REIS, M. M.; BORNIA, A. C. **Estatística: para cursos de engenharia e informática**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

BOYSEN, N.; FLIEDNER, M.; SCHOOL, A. Sequencing mixed-model assembly lines to minimize part inventory cost, **OR Spectrum**, v. 30, n. 3, p. 611-633, Junho de 2008. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s00291-007-0095-2>>. Acesso em: Março de 2018.

Burke, E., Petrovic, S.: Recent research directions in automated timetabling. *Eur. J. Oper. Res.* **140**, 266– 280 (2002)

BURKE, P. E.; PETROVIC, S. Recent Research Directions in Automated Timetabling, **European Journal of Operational Research**, v.140, n. 2, p. 266-280, 2002. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221702000693>>. Acesso em: março de 2018. DOI: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00069-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00069-3)>

BUXEY, G. M.; SLACK, N. D.; WILD, R. Production Flow Line System Design—A Review, **A I I E Transactions**, v. 5 n. 1, p. 37-48, 1973. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/05695557308974880>>. Acesso em: março de 2018. DOI: 10.1080/05695557308974880

CANO-BELMÁN, J.; RÍOS-MERCADO, R. Z.; BAUTISTA, J. A scatter search based hyper-heuristic for sequencing a mixed-model assembly line, **Journal of Heuristics**, v. 16, n. 6, p. 749-770, Dezembro de 2010. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10732-009-9118-2>>. Acesso em: Março de 2018.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis: Vozes, 2006.

CLARK, V. P., CRESWELL, J. **Understanding research: a consumer`s guide**. 2 ed. New Jersey: Pearson, 2015.

FISHER, R. The user of multiple measurements in taxonomic problems, **Annals of Human Genetics**, v. 7, n. 2, p. 179-188, Setembro de 1936. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1469-1809.1936.tb02137.x>>. Acesso em: Março de 2018. DOI: <<https://doi.org/10.1111/j.1469-1809.1936.tb02137.x>>.

FREEDMAN, D. PISANI, R. PURVES, R. **Statistics**. 4 ed. United States: W. W. Norton & Company, 2007.

FRIES, C. E. **Apostila de Métodos Quantitativos na Gestão da Produção Industrial**. Curso de Engenharia de Produção Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina. Março de 2016.

GERHARDT, M. P.; FOGLIATTO, F. S.; CORTIMIGLIA, M. N. Metodologia para o balanceamento de linhas de montagem multi-modelo em ambientes de customização em massa. **Gest. Prod. [online]**. 2007, v. 14, n. 2, p. 267-279. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/gp/v14n2/05.pdf>>. Acesso em março de 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-530X2007000200006>.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. In: _____. (Ed.) Métodos e técnicas de pesquisa social. São Paulo: Atlas, 2010.

GITHUB. **NOCATS**: Categorical splits for tree-based learners. Jun 25, 2015. Disponível em: <https://github.com/scikit-learn/scikit-learn/pull/4899>. Acesso em: abril de 2018.

GUNTHER, H. O.; TEMPELMEIER H. **Produktions-management**: Einführung mit Übungsaufgaben, 2 ed. German: Springer, 1996.

HENLICH, T.; KLEMMT, A. Modelling and optimisation of assembly processes, **International Journal of Production Research**, v. 49, n. 14, p. 4317-4333, 2011. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2010.544338?src=recsys&journalCode=tprs20>>. Acesso em: março de 2018. DOI: <<https://doi.org/10.1080/00207543.2010.544338>>

IBM. **IBM KNOWLEDGE CENTER**: Decision Tree Models. Jun 25, 2015. Disponível em: <https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/en/SS3RA7_15.0.0/col.ibm.spss.modeler.help/nodes_treebuilding.htm> Acesso em: maio de 2018.

HALL M., ET. AL. A. The WEKA Data Mining Software: An Update, **SIGKDD Explrations**, v. 11, n. 1, p. 10 – 18, 2009. Disponível em: <http://www.kdd.org/exploration_files/p2V11n1.pdf>. Acesso em: março de 2018.

MERENGO, C.; NAVA, F.; POZZETTI, A. Balancing and sequencing manual mixed-model assembly lines, **International Journal of Production Research**, v. 37, n. 12, p. 2835 – 2860, 1999. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1080/002075499190545>>. Acesso em: março de 2018.

MCGLYN et. al. Automated Classification of ROSAT Sources Using Heterogeneous Multiwavelength Source Catalogs, **The Astrophysical Journal**, v. 616, n. 2, p. 1284–1300. Dezembro de 2004. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/article/10.1086/424955/meta>>. Acesso em maio de 2018.

MOHAMMADI-KHASHOUIE, G. **Sequencing Mixed-Model Assembly lines In Just-in-time Production Systems**. 2003. 112 f. Department of Systems Engineering, Brunel University. Disponível em: <<http://bura.brunel.ac.uk/bitstream/2438/5770/1/FulltextThesis.pdf>>. Acesso em: março de 2018.

OLSON, D. L.; DELEN, D.; MENG, Y. Comparative analysis of data mining methods for bankruptcy prediction, **Decision Support Systems**, v. 52, n. 2, p. 464-473, 2012. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167923611001709>> Acesso em: março de 2018. DOI: <<https://doi.org/10.1016/j.dss.2011.10.007>>

PEDREGOSA, ET. AL. Scikit-learn: Machine Learning in Python, **Journal of Machine Learning Research**, v. 12, n. 2, p. 2825-2830, 2011. Disponível em: <<http://www.jmlr.org/papers/volume12/pedregosa11a/pedregosa11a.pdf>> Acesso em: março de 2018.

PRENTING, T. O.; THOMOPOULOS, N. T. **Humanism and Technology in Assembly Systems**. 1 ed. New Jersey: Hayden Book Company 1974.

QUINLAN, J. R. Induction of Decision Trees, **Machine Learning**. v. 1, n. 1, p. 81-106, 1986. Disponível em: <

<https://link.springer.com/article/10.1023/A:1022643204877>>. Acesso em: abril de 2018.

RASCHKA, S.; MIRJALILI, V. **Python Machine Learning**. 2. ed. Birmingham: Packt, 2017

SCHOOL, A. **Balancing and Sequencing of Assembly Lines**. 2 ed. Heidelberg: Physica-Verl, 1999.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da produção**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2009

SIPSER, Michael. Introduction to the theory of computation. 2nd ed. Boston: Course Technology, Cengage Learning, c2006

STEVENSON W. J. **Administração das Operações de Produção**. 6. ed. São Paulo: Ltc, 2001

STEWART, J. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. 1 v.

SUMICHRAS, R. T.; RUSSEL, R. S. Evaluating Mixed-Model Assembly Line Sequencing Heuristics for Just-in-Time Production Systems, **Journal of Operations Research**. v 9, n3, agosto de 1990. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0272-6963\(90\)90161-6](https://doi.org/10.1016/0272-6963(90)90161-6)>. Acesso em: março 2018.

THANGAVEL, S. K., BKARATKI, P. D., SANKAR, A. Student Placement Analyzer: A Recommendation System Using Machine Learning. Em: 017 International Conference on Advanced Computing and Communication Systems (ICACCS -2017), Jan. 06 – 07, 2017, Coimbatore, INDIA. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/8014632/>>. Acesso em: março 2018. DOI: <10.1109/ICACCS.2017.8014632>

THOMOPOULOS, N. T. Line Balancing-Sequencing for Mixed-Model Assembly, **Management Science**. v. 14, n. 2, p. 59-7, outubro de 1967. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/mnsc.14.2.b59>>. Acesso em: março de 2018.

TUBINO, D. F. **Planejamento e controle da produção: teoria e prática**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

TONGE, F. M. **A heuristic program for Assembly Line Balancing**. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice-Hall. 1961.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

WEKA. **Class J48**: weka.classifiers.trees. Disponível em: <<http://weka.sourceforge.net/doc.dev/weka/classifiers/trees/J48.html>>
Acesso em: maio de 2018.

WITTE, R. S.; WITTE, J. S. **Estatística**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, c2005.

ZHAO, Y.; ZHANG, Y. N. T. Comparison of decision tree methods for finding active objects, **Advances in Space Research**. v. 41, n. 12, p. 1955-1959, julho de 2007. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S027311770700796>>. Acesso em: março de 2018. DOI: <<https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.07.020>>

ANEXO A - Teste t para diferença de médias

Diante da necessidade de comparar diferentes abordagens para solução de um problema e verificar a existência de evidências de diferenças de médias entre os efeitos das abordagens utilizadas, pode-se utilizar o teste *t de Student*. Este teste se adequa, sob certas condições, para medir a existência de diferença estatística significativa entre amostras.

Os experimentos para teste de significância de diferenças, de acordo com Freedman et al. (2007), são desenhados para testar a viabilidade da hipótese nula, de forma que, rejeitando a hipótese nula, o resultado do teste é tido como significante.

Ainda de acordo com Freedman et al. (2007), a hipótese nula, tipicamente apresenta um parâmetro igual a zero, ou que a diferença entre os parâmetros seja nula. Desta forma, ao rejeitar a hipótese nula, em um caso do teste *t* pareado, pode-se verificar que médias de duas amostras sejam diferentes (BORNIA et al., 2010),

O teste *t* é calculado a partir da fórmula:

$$t = \frac{\bar{d} \times \sqrt{n}}{S_d}$$

onde:

- t : o valor para teste *t*;
- \bar{d} : a média das diferenças observadas;
- \sqrt{n} : a raiz do número de observações;
- S_d : o desvio padrão das diferenças observadas.

A hipótese nula e a hipótese alternativa para o teste *t* pareado podem ser definidas como:

- $H_0: \mu_d = 0$;
- $H_1: \mu_d \neq 0$;

onde: μ_d é a média dos valores avaliados.

Bornia et al. (2010) complementam que é possível utilizar a abordagem do valor *p* para comparar o resultado do teste *t* com o nível de significância α estabelecido. O valor *p* é obtido observando o valor no teste na tabela da distribuição *t de Student*, dado os graus de liberdade, os

quais são definidos como o número de observações, n , diminuído de uma unidade.

O teste t presume que os valores da população referente à diferença das médias tenham uma distribuição normal (WITTE, 2005). Porém, o autor afirma que não é necessário ater-se rigorosamente à esta regra, desde que o tamanho da amostra seja relativamente grande, valor definido pelo autor como maior que 10 pares.

ANEXO B - Análise de variância - ANOVA

A Análise de Variância (ANOVA) é um método estatístico utilizado para testar a diferença entre duas ou mais médias. A ANOVA de dois fatores surge da necessidade de que ao testar diferenças entre dois grupos, com duas variáveis independentes, surge uma nova fonte de variabilidade, relacionada à interação destes fatores. O teste ANOVA avalia a existência de diferenças de médias aritméticas de populações, dado os fatores observados e suas combinações (WITTE, 2005).

Para a aplicação do teste ANOVA, Witte (2005) estabelece a principal premissa de que todas as populações subjacentes (para cada variável ou combinação) são assumidas como normalmente distribuídas e com iguais variâncias. Porém, assim como para o teste t , o autor afirma que não é necessário ater-se à não violação destas premissas, em especial se os tamanhos das amostras forem iguais e relativamente grandes, número que o autor estabelece como superior a 10.

ANEXO C - Árvores de decisão

Árvores de decisão são modelos preditivos utilizados em *data mining*, *machine learning* e estatística quando a variável dependente assume valores categóricos e finitos (THANGAVEL et. al., 2017). Estes modelos preditivos são eficientes em problemas de classificação e previsão (MCGLYNN et. al., 2004).

As árvores de decisão são atrativas devido a sua interpretabilidade, classificando os dados no formato de decisões sequenciais (RASCHKA; MIRJALILI, 2017). Estas apresentam diversas vantagens: são de simples interpretação e possibilitam a utilização variáveis independentes categóricas ou contínuas (ZHAO; ZHANG, 2007).

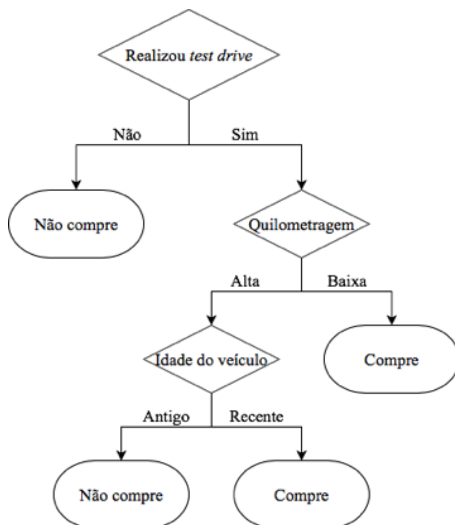
Os nós das árvores de decisão definem as perguntas (ou testes) sobre as variáveis independentes das árvores. Os ramos representam as partições que são criadas em resposta às perguntas. As folhas das árvores

de decisão são encontradas ao fim dos ramos e representam a classificação sugerida pela árvore.

A essência da indução de árvores de decisão é construir árvores capazes de generalizar/prever corretamente dados fora do conjunto utilizado no treinamento da árvore. Árvores de decisão simples – com menor número de nós ramos e folhas – são preferíveis em relação à árvores complexas – com maior número de ramos nós e folhas – por apresentarem maior capacidade generalização, classificando com habilidade, objetos fora do conjunto de dados utilizado no treinamento da árvore (QUINLAN, 1986).

A Figura 17 apresenta um modelo de árvore de decisão para o problema da compra de um veículo usado. Esta árvore de decisão possui três nós - ou perguntas - e define se o carro deve ser comprado em função das respostas a essas perguntas. A primeira pergunta da árvore “*Realizou test drive*” sugere que o carro não deve ser comprado caso não seja realizado o *test drive* do carro. Caso a resposta para a primeira pergunta seja sim, segue a pergunta sobre a “Quilometragem” do carro. Se a quilometragem do carro for baixa, é sugerida a compra do carro, de outra forma segue outra pergunta. A última pergunta da árvore “Idade do veículo”, caso este seja recente, recomenda-se a compra, do contrário não.

Figura 17 - Árvore de decisão compra de carro usado



Fonte: IBM (2018).

Existem diversas implementações e algoritmos para construção de árvores de decisões. Raschka e Mirjalili (2017) apresentam a biblioteca de *Python Scikit-Learn* (PEDREGOSA et al., 2011) e a classe *DecisionTreeClassifier* para construção de árvores de decisão. No entanto, esta biblioteca apresenta problemas para a construção de árvores de decisão com variáveis independentes categóricas, conforme apresentado na documentação de desenvolvimento da biblioteca (GITHUB, 2015).

Olson et al. (2012) comparam métodos de mineração de dados para previsão de falência. Nesta comparação o algoritmo de construção de árvores de decisão WEKA J48 apresentou os melhores resultados. O algoritmo de construção de árvores de decisão J48 baseia-se no algoritmo C4.5 (WEKA). Estes algoritmos são extensões do algoritmo ID3 descrito por Quinlan (1986). O algoritmo ID3 apresenta estrutura iterativa:

1. cria um subconjunto de dados a partir do *training set*. Este subconjunto é denominado *window*;
2. constrói a árvore de decisão a partir do subconjunto *window*;
3. aplica a árvore para classificar os objetos restantes no *training set*;

4. se todos os objetos do *training set* forem corretamente classificados, o processo termina. Caso contrário, o subconjunto *window* é incrementado com uma seleção dos objetos classificados incorretamente e o processo é repetido.